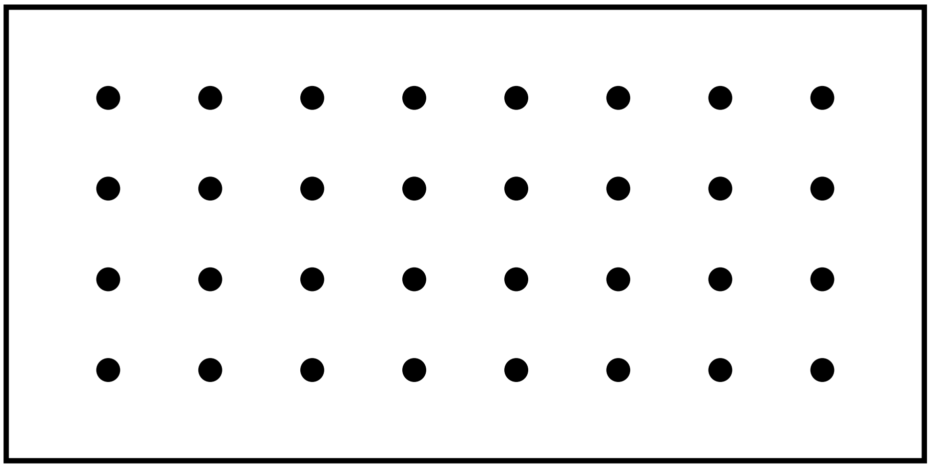
Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
I Appello di Luglio 2006

Rispondere ai primi 3 quesiti e ad altri 3 a scelta.

1. Dire se la seguente equazione alle derivate parziali è di tipo ellittico, iperbolico e parabolico:
$$u_t - u^2 u_x + xu = 0$$
supponendo $u(x,t) \neq 0$ per ogni (x,t), e scriverla come equazione del secondo ordine senza la derivata mista u_{xt}.

2. Ordinare le incognite del seguente dominio utilizzando l'ordinamento multicolore con 6 colori (rosso, nero, verde, blu, giallo, magenta).



3. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false (giustificando in breve le risposte):
(a) Il metodo a 5 punti per l'equazione di Laplace è di tipo esplicito;
(b) L'equazione $u_t - au_x = 0$ non sempre è di tipo iperbolico;
(c) La condizione di Courant, Friedrich e Lewy è verificata se $\Delta x = \Delta t$;
(d) L'approssimazione tipo upwind della derivata prima è del secondo ordine;
(e) L'approssimazione alle differenze centrali è del secondo ordine;
(f) Il metodo a 5 punti non può essere applicato all'equazione di Poisson $\nabla^2 u = f$.

4. Descrivere i metodi iterativi di Jacobi e Gauss-Seidel.

5. Classificare i seguenti tipi di equazioni alle derivate parziali:

$$x^2 u_{yy} + 2xyu_{xy} + y^2 u_{xx} + 6x^2 y u_x - 7u = 0$$
$$u_t = 6uu_{xx} - 17u^3$$
$$u_{xx} - u^2 u_{yy} = 0.$$

6. Spiegare perchè i metodi numerici per l'equazione delle onde richiedono il calcolo esplicito delle approssimazioni all'istante t_1 mentre il metodo di Lax-Wendroff no.

7. Scrivere e commentare la formula di D'Alembert.

8. Scrivere un esempio di matrice a predominanza diagonale per righe, una a predominanza diagonale per colonne e una a predominanza diagonale per righe e per colonne contemporaneamente.

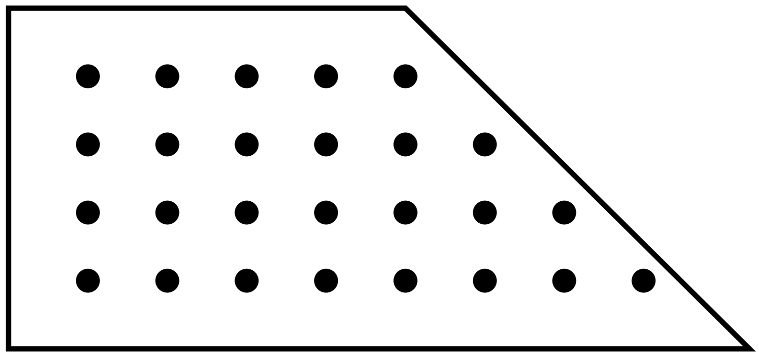
9. Spiegare la necessità di utilizzare una strategia di ordinamento per le incognite nel caso della risoluzione dell'equazione di Laplace e l'obiettivo che tale tecnica intende raggiungere.

Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
II Appello di Luglio 2006

Rispondere ai primi 3 quesiti e ad altri 2 a scelta.

1. Descrivere il metodo di Eulero esplicito per l'equazione del calore.

2. Utilizzare la tecnica di Cuthill-McKee per ordinare i punti del seguente dominio discretizzato:



3. Indicare quale (o quali) risposte riportate sono corrette:

(1) Il metodo a 5 punti per equazioni ellittiche:
(a) è applicabile solo se il dominio è un rettangolo;
(b) è applicabile se il dominio ha il contorno qualsiasi;
(c) è applicabile solo se il dominio ha il contorno poligonale.
(2) Le tecniche di ordinamento delle incognite servono
(a) a ridurre il numero di elementi della matrice dei coefficienti diversi da zero;
(b) a minimizzare il numero di elementi diversi da zero nei fattori triangolari della matrice dei coefficienti;
(c) a far convergere prima i metodi iterativi.
(3) I metodi iterativi per sistemi lineari
(a) convergono sempre;
(b) convergono qualche volta;
(c) convergono a seconda del vettore iniziale.
(4) La convergenza di un metodo iterativo dipende:

(a) dalla matrice dei coefficienti;
(b) dal vettore approssimazione iniziale;
(c) dal vettore dei termini noti;
(d) dalla matrice dei coefficienti, dal vettore approssimazione iniziale e dal vettore dei termini noti.
(5) L'approssimazione tipo upwind della derivata prima è:
(a) più precisa dell'approssimazione alle differenze centrali;
(b) meno precisa dell'approssimazione alle differenze centrali;
(c) più precisa dell'approssimazione alle differenze in avanti.
(6) L'equazione del secondo ordine $y(x^2+1)u_{xx}+(x^2-1)u_{yy}+3x+y=0$:
(a) è di tipo ellittico;
(b) è di tipo iperbolico;
(c) è di tipo parabolico;
(d) è di tipi diversi in funzione di x e y.

4. Spiegare la condizione di Courant, Friedrichs e Lewy.

5. Considerata l'equazione alle derivate parziali del secondo ordine

$$Axu_{xx} + 2tBu_{xt} + Cu_{tt} + f\,(x, t, u, u_x, u_t) = 0$$

   trovare tre terne di valori per A, B, C (non necessariamente costanti) tali che l'equazione sia rispettivamente ellittica, parabolica ed iperbolica.

6. Spiegare perchè la formula di D'Alembert non è utile nel caso di problemi iperbolici ai valori iniziali e al contorno.

7. Spiegare la necessità di utilizzare una strategia di ordinamento per le incognite nel caso della risoluzione dell'equazione di Laplace e l'obiettivo che tale tecnica intende raggiungere.

8. Descrivere brevemente il metodo di più ripida discesa.

Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
I Appello di Settembre 2006

Rispondere a 5 quesiti a scelta.

1. Descrivere brevemente il metodo di Crank-Nicolson.

2. Elencare in dettaglio i modi di classificazione delle equazioni alle derivate parziali.

3. Descrivere brevemente il metodo di più ripida discesa.

4. Descrivere anche con esempi i metodi di riordinamento delle incognite nella risoluzione numerica dell'equazione di Laplace attraverso il metodo a 5 punti.

5. Descrivere i metodi iterativi di Jacobi, Gauss-Seidel e del Rilassamento.

6. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false giustificando, se necessario, le risposte:
   (a) La convergenza di un metodo iterativo dipende solo dal vettore approssimazione iniziale;
   (b) Il metodo di Lax-Wendroff è di tipo implicito;
   (c) Il metodo di più ripida discesa può essere applicato a qualunque sistema lineare;
   (d) Nella risoluzione numerica dell'equazione di Laplace con il metodo a 5 punti la struttura della matrice A dipende dal dominio Ω;
   (e) Nel problema ellittico di Dirichlet la soluzione $u(x, y)$ è nota sulla frontiera del dominio Ω;
   (f) La condizione di Courant-Friedrichs-Lewy è verificata se $\Delta t = \Delta x$.

Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
II Appello di Settembre 2006

Rispondere a 5 quesiti a scelta.

1. Descrivere il metodo di Eulero esplicito per l'equazione del calore.

2. Descrivere i metodi iterativi di Jacobi e Gauss-Seidel.

3. Descrivere come si può approssimare la derivata seconda di una funzione $f(t)$ in un insieme di nodi t_i equidistanti.

4. Indicare quale (o quali) risposte riportate sono corrette e, se necessario, spiegare brevemente la risposta:

   (1) La migliore tecnica di ordinamento delle incognite per l'equazione di Laplace è:
   (a) l'ordinamento lessicografico;
   (b) l'ordinamento di Cuthill-McKee;
   (c) l'ordinamento Red-Black.
   (2) I metodi iterativi per sistemi lineari
   (a) convergono sempre;
   (b) convergono qualche volta;
   (c) convergono a seconda del vettore iniziale.
   (3) La convergenza di un metodo iterativo dipende:
   (a) dalla matrice dei coefficienti;
   (b) dal vettore approssimazione iniziale;
   (c) dal vettore dei termini noti;
   (d) dalla matrice dei coefficienti, dal vettore approssimazione iniziale e dal vettore dei termini noti.
   (4) L'approssimazione alle differenze centrali della derivata prima è:
   (a) meno precisa dell'approssimazione alle differenze all'indietro;
   (b) meno precisa dell'approssimazione tipo upwind;
   (c) più precisa dell'approssimazione alle differenze in avanti.
   (5) L'equazione del secondo ordine

   $$t^2u_{tt} + 2xtu_{xt} + x^2u_{xx} + 3xu_x + u_t - t^4 = 0$$

   (a) è di tipo ellittico;
   (b) è di tipo iperbolico;

(c) è di tipo parabolico;
(d) è di tipi diversi in funzione di x e t.

5. Descrivere il metodo a 5 punti per risolvere l'equazione di Laplace.

6. Spiegare quali tecniche possono essere utilizzate per approssimare le derivate parziali seconde di un'equazione ellittica quando la frontiera del dominio non è di tipo poligonale.

7. Spiegare la condizione di Courant, Friedrichs e Lewy.

Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
I Appello di Novembre 2006

Rispondere a 5 quesiti a scelta.

1. Spiegare la condizione di Courant, Friedrichs e Lewy.

2. Ricavare l'espressione delle formule alle differenze centrali, in avanti e all'indietro per l'approssimazione della derivata prima.

3. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false giustificando, se necessario, la risposta:
   (a) La convergenza di un metodo iterativo dipende solo dal vettore approssimazione iniziale;
   (b) L'equazione di Laplace è di tipo stazionario;
   (c) Il metodo di più ripida discesa può essere applicato a qualunque sistema lineare;
   (d) La formula di D'Alembert si applica solo ad equazioni iperboliche;
   (e) Nel problema ellittico di Neumann la soluzione $u(x, y)$ è nota sulla frontiera del dominio Ω;
   (f) L'equazione delle onde è di tipo parabolico.

4. Scrivere un esempio di matrice a predominanza diagonale per righe, una a predominanza diagonale per colonne e una a predominanza diagonale per righe e per colonne contemporaneamente.

5. Descrivere brevemente (eventualmente con un esempio) le tecniche di ordinamento lessicografico, Red-Black e di Cuthill-McKee.

6. Spiegare perchè la formula di D'Alembert non è utile completamente nel caso di problemi iperbolici ai valori iniziali e al contorno.

7. Spiegare perchè non è conveniente risolvere sistemi sparsi e di grandi dimensioni usando i cosiddetti metodi diretti (come il metodo di eliminazione di Gauss e la fattorizzazione LU).

8. Si consideri la seguente equazione alle derivate parziali del secondo ordine
$$A(x, t)u_{xx} + 2B(x, t)u_{xt} - t^2 u_{tt} + \sin(xt) = 0.$$

Trovare la relazione che lega le funzioni A e B affinchè essa sia parabolica per ogni x, t. Descrivere almeno un esempio.

Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
II Appello di Novembre 2006

Rispondere a 5 quesiti a scelta.

1. Enunciare il problema ai valori iniziali e ai valori al contorno per le equazioni paraboliche.
2. Elencare i modi per classificare le equazioni alle derivate parziali precisando vantaggi e svantaggi di ciascun metodo.
3. Ricavare le formula del secondo ordine per l'approssimazione della derivata seconda di una funzione $f(t)$.
4. Definire le rette caratteristiche ed il dominio di dipendenza dell'equazione d'onda.
5. Descrivere il metodo a 5 punti per risolvere l'equazione di Laplace.
6. Spiegare quali tecniche possono essere utilizzate per approssimare le derivate parziali seconde di un'equazione ellittica quando la frontiera del dominio non è di tipo poligonale.
7. Trasformando l'equazione di Laplace in coordinate polari come vengono modificate le condizioni al contorno per il problema di Dirichlet?
8. Descrivere brevemente i metodi di Jacobi, Gauss-Seidel e del Rilassamento.

Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
I Appello di Febbraio 2007

Rispondere a 5 quesiti a scelta.

1. Spiegare perchè il numero di Courant deve essere minore o uguale di 1/2.

2. Spiegare come è possibile approssimare la derivata seconda di una funzione su nodi non equidistanti.

3. Descrivere i metodi di Jacobi, Gauss-Seidel e del Rilassamento.

4. Classificare i seguenti tipi di equazioni alle derivate parziali:

$$\begin{array}{l} u_{xx} + 2u_{xt} + u_{tt} + 6x^2 = 0 \\ xu_{xx} + y^2 x u_{yy} = 0 \\ u_{xx} + u_t + u - u_x + \sin x = 0. \end{array}$$

5. Descrivere il metodo di Eulero esplicito per l'equazione del calore.

6. Descrivere come si può approssimare la derivata prima di una funzione $f(t)$ in un insieme di nodi t_i equidistanti.

7. Definire i possibili problemi che si possono associare alle equazioni del calore e d'onda.

Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
II Appello di Febbraio 2007

Rispondere a 5 quesiti a scelta.

1. Spiegare la necessità di utilizzare una strategia di ordinamento per le incognite nel caso della risoluzione dell'equazione di Laplace e l'obiettivo che tale tecnica intende raggiungere.

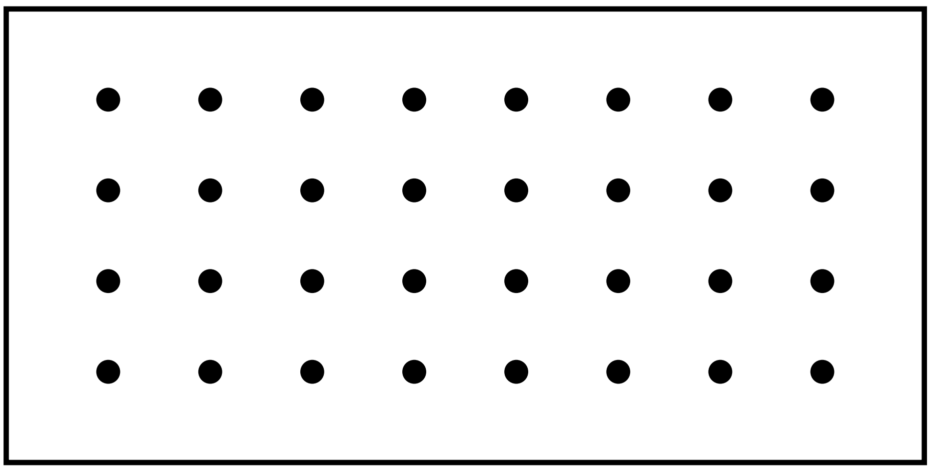
2. Spiegare perchè il numero di Courant deve essere minore o uguale di 1/2.

3. Descrivere come si può approssimare la derivata seconda di una funzione $f(t)$ in un insieme di nodi t_i equidistanti.

4. Scrivere e commentare la formula di D'Alembert.

5. Descrivere brevemente il metodo di più ripida discesa.

6. Ordinare le incognite del seguente dominio utilizzando l'ordinamento multicolore con 4 colori (rosso, nero, verde, blu).



7. Spiegare quali tecniche si possono utilizzare per assegnare le condizioni al contorno dell'equazione di Laplace quando il contorno del dominio non è di tipo poligonale.

Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni (Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni) III Appello di Febbraio 2007

Rispondere a 5 quesiti a scelta.

1. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false (giustificando in breve le risposte):
   (a) Il metodo a 5 punti per l'equazione di Laplace è di tipo esplicito;
   (b) L'equazione $u_t - au_x = 0$ non sempre è di tipo iperbolico;
   (c) La condizione di Courant, Friedrich e Lewy è verificata se $\Delta x = \Delta t$;
   (d) L'approssimazione tipo upwind della derivata prima è del secondo ordine;
   (e) L'approssimazione alle differenze centrali è del secondo ordine;
   (f) Il metodo a 5 punti non può essere applicato all'equazione di Poisson $\nabla^2 u = f$.

2. Descrivere il metodo a 5 punti per risolvere l'equazione di Laplace.

3. Descrivere brevemente (eventualmente con un esempio) le tecniche di ordinamento lessicografico, Red-Black e di Cuthill-McKee.

4. Spiegare perchè non è conveniente risolvere sistemi sparsi e di grandi dimensioni usando i cosiddetti metodi diretti (come il metodo di eliminazione di Gauss e la fattorizzazione LU).

5. Dire se le seguenti equazioni alle derivate parziali sono ellittiche, iperboliche o paraboliche:
   (a) $3u_{tt} - u_{xx} + u + u_x + u_t = 0$
   (b) $xu_{xx} + 2u_{xy} - xu_{yy} + u = 0$
   (c) $uu_{xx} + uu_{yy} + xy^2 = 0$.

6. Descrivere brevemente il metodo di Lax-Wendroff.

7. Spiegare come vengono modificate le condizioni al contorno per l'equazione di Laplace trasformandola in coordinate polari.

Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
Appello di Maggio 2007

Rispondere a 5 quesiti a scelta.

1. Scrivere e commentare la formula di D'Alembert.

2. Descrivere brevemente il metodo di Crank-Nicolson.

3. Spiegare perchè il numero di Courant deve essere minore o uguale di 1/2.

4. Spiegare come si può applicare il metodo a 5 punti per approssimare la soluzione di un'equazione ellittica quando la frontiera del dominio è una curva regolare ma non di tipo poligonale.

5. Ricavare l'espressione delle formule alle differenze centrali, in avanti e all'indietro per l'approssimazione della derivata prima.

6. Classificare i seguenti tipi di equazioni alle derivate parziali:

$$
\begin{array}{l}
u_{xx} - 2u_{xt} + u_{tt} + u = 0 \\
(\sin x)u_{xx} + 2u_{xy} + (\sin x)u_{yy} + u^3 + x^2y^2 = 0 \\
u_{xx} + u_t + u - u_x + \sin x = 0.
\end{array}
$$

7. Descrivere i metodi iterativi di Jacobi, Gauss-Seidel e del Rilassamento.

Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
I Appello di Luglio 2007

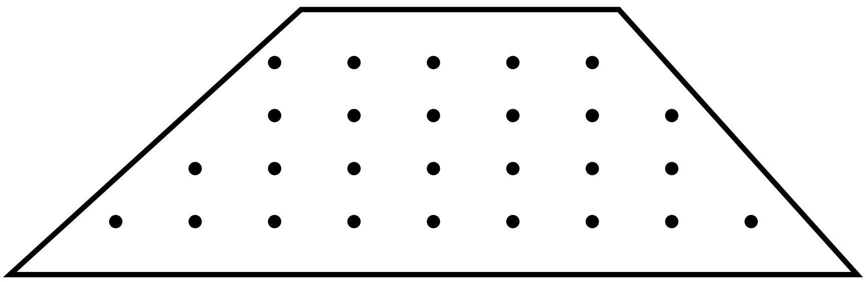
Rispondere a 5 quesiti a scelta.

1. Descrivere il metodo di Eulero esplicito per l'equazione del calore.
2. Spiegare come cambiano le condizioni al contorno dell'equazione di Laplace in coordinate polari quando il dominio di integrazione è un cerchio avente centro nell'origine e raggio r.
3. Spiegare perchè la formula di D'Alembert non è utile nel caso di problemi iperbolici ai valori iniziali e al contorno.
4. Descrivere brevemente il metodo di più ripida discesa.
5. Ricavare l'espressione delle formule alle differenze centrali, in avanti e all'indietro per l'approssimazione della derivata prima. Spiegare in quali casi non è possibile usare la formula alle differenze centrali.
6. Spiegare come si può applicare il metodo a 5 punti per risolvere l'equazione di Laplace quando la frontiera del dominio non è di tipo poligonale.

Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
II Appello di Luglio 2007

Rispondere a 5 quesiti a scelta.

1. Utilizzare la tecnica Red-Black per ordinare i punti del seguente dominio discretizzato:



2. Scrivere (senza ricavare) e commentare la formula di D'Alembert.
3. Spiegare perchè il numero di Courant deve essere minore o uguale di 1/2.
4. Descrivere brevemente il metodo di più ripida discesa.
5. Spiegare la necessità di utilizzare una strategia di ordinamento per le incognite nel caso della risoluzione dell'equazione di Laplace e l'obiettivo che tale tecnica intende raggiungere.
6. Spiegare i diversi modi per classificare le equazioni alle derivate parziali.

Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
III Appello di Luglio 2007

Rispondere a 5 quesiti a scelta.

1. Descrivere il metodo di Eulero esplicito per l'equazione del calore.

2. Spiegare perchè non è conveniente risolvere sistemi sparsi e di grandi dimensioni usando i cosiddetti metodi diretti (come il metodo di eliminazione di Gauss e la fattorizzazione LU).

3. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false (giustificando in breve le risposte):
   (a) Il metodo a 5 punti per l'equazione di Laplace è di tipo esplicito;
   (b) L'equazione $u_t - au_x = 0$ non sempre è di tipo iperbolico;
   (c) Il numero di Courant può essere uguale a 1;
   (d) L'approssimazione tipo upwind della derivata prima è del secondo ordine;
   (e) L'approssimazione alle differenze centrali è del secondo ordine;
   (f) Il metodo a 5 punti non può essere applicato all'equazione di Poisson $\nabla^2 u = f$.

4. Descrivere il metodo a 5 punti per risolvere numericamente l'equazione di Laplace.

5. Descrivere come si può approssimare la derivata seconda di una funzione $f(t)$ in un insieme di nodi t_i equidistanti.

6. Scrivere l'espressione dei metodi di Jacobi, Gauss-Seidel e del Rilassamento.

Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni (Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni) I Appello di Settembre 2007

Rispondere a 5 quesiti a scelta.

1. Definire i problemi ai valori inizialie e ai valori iniziali e al contorno di tipo iperbolico.

2. Descrivere brevemente il metodo di Lax-Wendroff.

3. Spiegare la condizione di Courant, Friedrichs e Lewy.

4. Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false (giustificando in breve le risposte):
   (a) Il metodo a 5 punti per l'equazione di Laplace è di tipo implicito;
   (b) Le equazioni stazionarie solitamente sono di tipo ellittico;
   (c) La convergenza del metodo di Jacobi non dipende dalla matrice dei coefficienti;
   (d) L'approssimazione tipo upwind della derivata prima è del primo ordine;
   (e) L'approssimazione alle differenze centrali è del secondo ordine;
   (f) Se $\omega = 0$ allora il metodo di Rilassamento coincide con il metodo di Gauss-Seidel.

5. Descrivere brevemente le tecniche di ordinamento lessicografico, Red-Black, Multicolore e di Cuthill-McKee.

6. Descrivere come si può approssimare la derivata seconda di una funzione $f(t)$ in un insieme di nodi t_i equidistanti.

Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
II Appello di Settembre 2007

Rispondere a 5 quesiti a scelta.

1. Spiegare come cambiano le condizioni al contorno dell'equazione di Laplace in coordinate polari quando il dominio di integrazione è un cerchio avente centro nell'origine e raggio r.

2. Spiegare perchè la formula di D'Alembert non è utile nel caso di problemi iperbolici ai valori iniziali e al contorno.

3. Spiegare perchè il numero di Courant deve essere minore o uguale di 1/2.

4. Descrivere come si può approssimare la derivata prima di una funzione $f(t)$ in un insieme di nodi t_i equidistanti usando il metodo upwind.

5. Descrivere i metodi di Jacobi, Gauss-Seidel e del Rilassamento.

6. Definire le rette caratteristiche ed il dominio di dipendenza dell'equazione d'onda.

Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
I Appello di Novembre 2007

Rispondere a 5 quesiti a scelta.

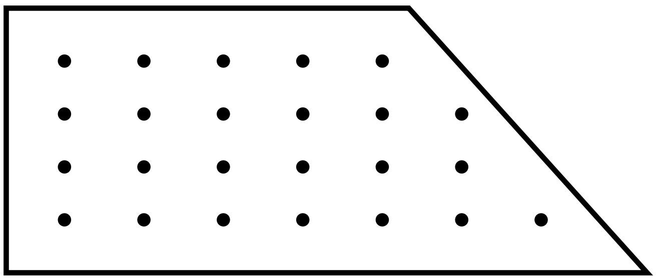
1. Definire le rette caratteristiche, l'intervallo ed il dominio di dipendenza dell'equazione d'onda.

2. Spiegare la differenza tra le condizioni iniziali di Neumann e quelle di Dirichlet applicate all'equazione di Laplace.

3. Descrivere il metodo di Eulero esplicito per l'equazione del calore.

4. Ricavare l'espressione delle formule alle differenze centrali, in avanti e all'indietro per l'approssimazione della derivata prima.

5. Utilizzare la tecnica Multicolore con 4 e 6 colori per ordinare i punti del seguente dominio discretizzato:



6. Si supponga che l'equazione di Laplace sia definita nel dominio

$$S = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0\right\}$$

con condizioni al contorno

$$\begin{array}{ll} u(x,y) = g_1(x,y), & y > 0,\ x^2 + y^2 = 1, \\ u(x,y) = g_2(x,y), & y > 0,\ x^2 + y^2 = 4, \\ u(x,0) = f(x), & 1 \leq x^2 \leq 4. \end{array}$$

Supponendo di trasformare l'equazione in coordinate polari spiegare come cambiano il dominio e le condizioni al contorno.

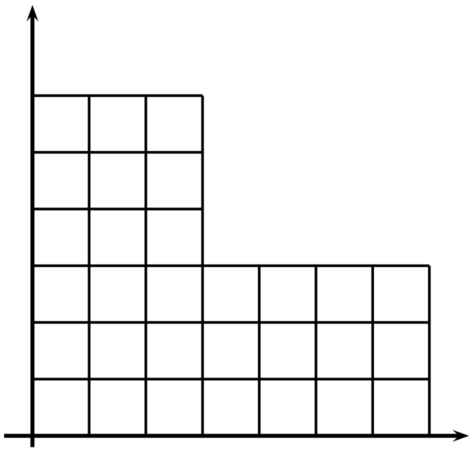
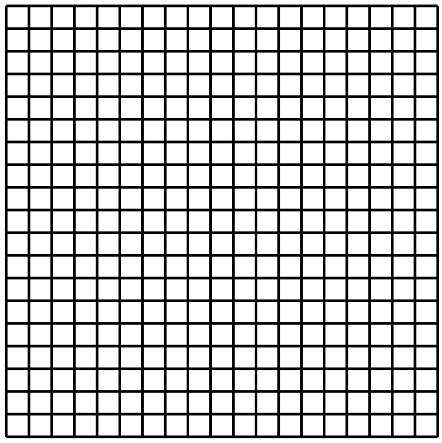
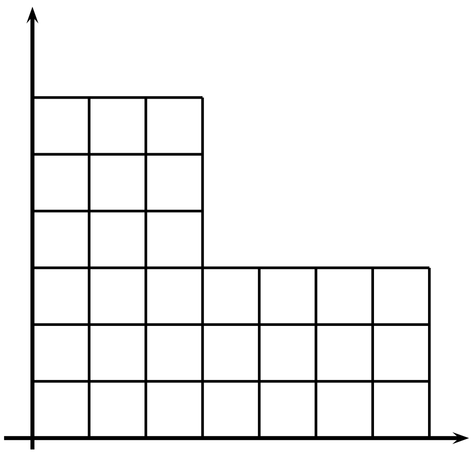
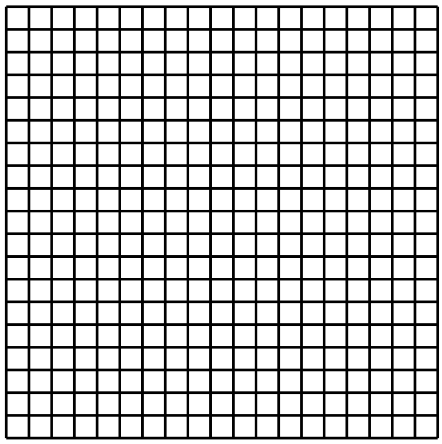
Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
II Appello di Novembre 2007

1. Descrivere le tecniche che si possono utilizzare per definire le condizioni al contorno dell'equazione di Laplace quando il contorno del dominio non è rettangolare (o quadrato).

2. Spiegare la condizione di Courant, Friedrichs e Lewy.

3. Supponendo di discretizzare le derivate seconde dell'equazione delle onde
$$u_{tt} - u_{xx} = 0, \qquad (x, t) \in [0, L] \times [0, T_{\max}]$$
con la consueta formula a 3 punti perchè il metodo numerico che si ricava richiede la conoscenza approssimata dei valori $u(x_i, \Delta t)$? Come si ottengono tali valori?

4. Ordinare le incognite dell'equazione di Laplace definita nel dominio in figura utilizzando gli ordinamenti lessicografico e Red-Black. Supponendo di risolvere l'equazione applicando il metodo a 5 punti schematizzare, a fianco del dominio, la struttura della matrice dei coefficienti del relativo sistema lineare.

Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
I Appello di Febbraio 2008

Rispondere a 5 quesiti a scelta.

1. Spiegare perchè il numero di Courant deve essere minore o uguale di 1/2.

2. Descrivere il metodo di Eulero esplicito per l'equazione del calore in due dimensioni. Come si può applicare lo stesso metodo quando l'equazione è in tre dimensioni?

3. Spiegare perchè applicando il metodo a 5 punti all'equazione di Laplace si deve risolvere un sistema lineare con matrice dei coefficienti avente struttura a 5 diagonali.

4. Ricavare l'espressione delle formule alle differenze centrali, in avanti e all'indietro per l'approssimazione della derivata prima. Spiegare in quali casi non è possibile usare la formula alle differenze centrali.

5. Descrivere brevemente il metodo di Lax-Wendroff.

6. Spiegare come cambia l'applicazione del metodo a 5 punti all'equazione di Laplace su un dominio rettangolare se le condizioni al contorno sono di tipo Neumann (cioè è nota la derivata normale sulla frontiera).

Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
II Appello di Febbraio 2008

Rispondere a 4 quesiti a scelta.

1. Elencare in dettaglio i modi di classificazione delle equazioni alle derivate parziali.

2. Si supponga che l'equazione di Laplace sia definita nel dominio

$$S = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0\right\}$$

con condizioni al contorno

$$u(x, y) = g_1(x, y), \qquad (x, y) \in \Gamma = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2,\ y > 0,\ x^2 + y^2 = 4\},$$

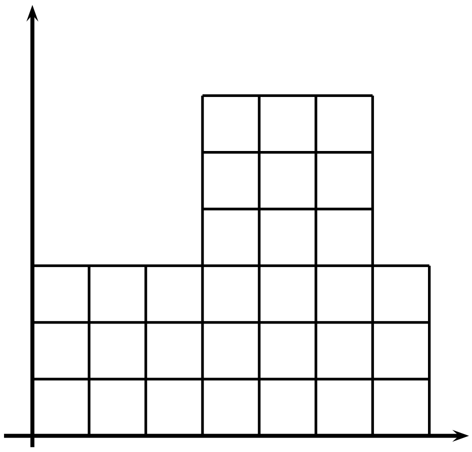
$$u(x, 0) = f(x), \qquad x^2 \leq 4.$$

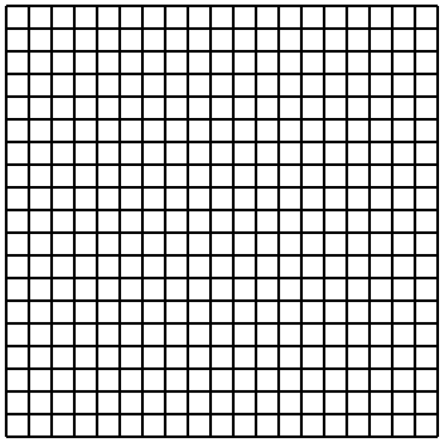
Supponendo di trasformare l'equazione in coordinate polari spiegare come cambiano il dominio e le condizioni al contorno.

3. Spiegare perchè la formula di D'Alembert non è utile nel caso di problemi iperbolici ai valori iniziali e al contorno.

4. Definire brevemente le rette caratteristiche ed il dominio di dipendenza dell'equazione d'onda.

5. Ordinare le incognite dell'equazione di Laplace definita nel dominio in figura utilizzando l'ordinamento lessicografico e supponendo di risolvere l'equazione applicando il metodo a 5 punti. Schematizzare, a destra del dominio, la struttura della matrice dei coefficienti del relativo sistema lineare.





Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
Appello di Maggio 2008

1. Descrivere il metodo di Eulero esplicito per l'equazione del calore.

2. Spiegare la condizione di Courant, Friedrichs e Lewy.

3. Si supponga che l'equazione di Laplace sia definita nel dominio

$$S = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0\right\}$$

   con condizioni al contorno

$$\begin{array}{ll} u(x,y) = g_1(x,y), & y > 0,\ x^2 + y^2 = 1, \\ u(x,y) = g_2(x,y), & y > 0,\ x^2 + y^2 = 4, \\ u(x,0) = f(x), & 1 \leq x^2 \leq 4. \end{array}$$

   Supponendo di trasformare l'equazione in coordinate polari spiegare come cambiano il dominio e le condizioni al contorno.

4. Ricavare l'espressione delle formule alle differenze centrali, in avanti e all'indietro per l'approssimazione della derivata prima. Spiegare in quali casi non è possibile usare la formula alle differenze centrali.

Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
I Appello di Luglio 2008

1. Spiegare perchè la formula di D'Alembert non è utile nel caso di problemi iperbolici ai valori iniziali e al contorno.
2. Spiegare perchè applicando il metodo a 5 punti all'equazione di Laplace si deve risolvere un sistema lineare con matrice dei coefficienti avente struttura a 5 diagonali.
3. Spiegare la condizione di Courant, Friedrichs e Lewy.
4. Descrivere le problematiche che si incontrano quando si vuol risolvere numericamente l'equazione di Laplace su un dominio qualsiasi utilizzando il metodo a 5 punti.
5. Descrivere come si può approssimare la derivata seconda di una funzione $f(t)$ in un insieme di nodi t_i equidistanti.

Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
II Appello di Luglio 2008

Rispondere a 4 quesiti a scelta.

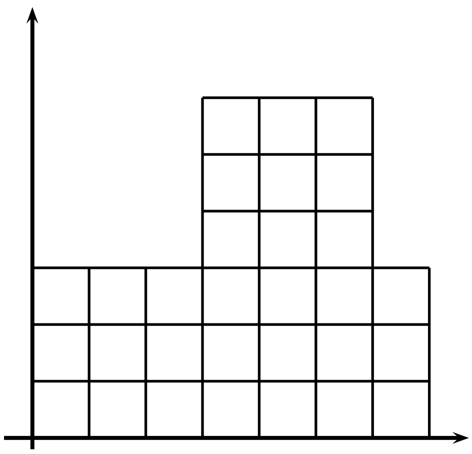
1. Scrivere l'equivalente della condizione di Courant-Friedrichs-Lewy per equazioni iperboliche non lineari.

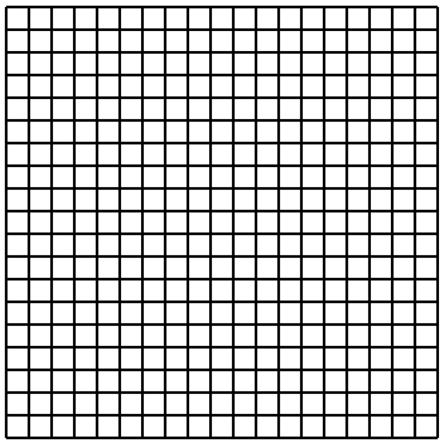
2. Spiegare perchè il metodo di Cuthill-McKee viene considerato come la migliore tecnica di ordinamento delle incognite.

3. Descrivere brevemente il metodo di Lax-Wendroff.

4. Spiegare perchè il numero di Courant deve essere minore o uguale di 1/2.

5. Ordinare le incognite dell'equazione di Laplace definita nel dominio in figura utilizzando l'ordinamento lessicografico e supponendo di risolvere l'equazione applicando il metodo a 5 punti. Schematizzare, a destra del dominio, la struttura della matrice dei coefficienti del relativo sistema lineare.





Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
I Appello di Settembre 2008

1. Proporre un metodo numerico alle differenze finite (anche senza scrivere in modo dettagliato l'espressione matematica) per risolvere numericamente l'equazione alle derivate parziali:

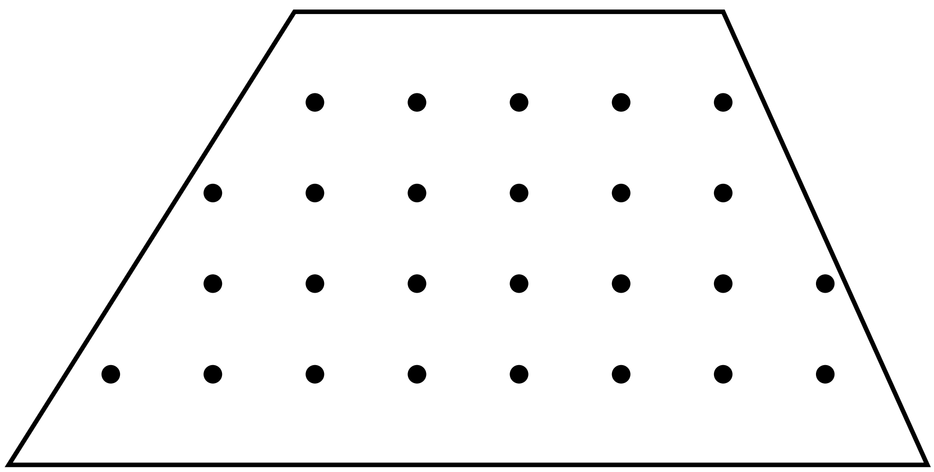
$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[a(x)\frac{\partial u}{\partial x}\right], \qquad 0 \leq x \leq 1, t \geq 0.$$

   nel caso in cui la funzione $a(x)$ non sia derivabile nell'intervallo $[0,1]$ e supponendo di conoscere la funzione $u(x,t)$ sulla frontiera del dominio. (*Suggerimento.* Dopo aver discretizzato il dominio $[0,1] \times \mathbb{R}_+$ si scriva l'equazione nel punto di coordinate (x_k, t_n) e si approssimino le derivate una per volta).

2. Descrivere brevemente le problematiche che si incontrano quando si vuol risolvere numericamente l'equazione di Laplace su un dominio qualsiasi utilizzando il metodo a 5 punti.

3. Scrivere la condizione di Courant-Friedrichs-Lewy per equazioni iperboliche sia lineari che non lineari.

4. Ordinare le incognite del seguente dominio utilizzando l'ordinamento multicolore con 4 colori (rosso, nero, verde, blu).



Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
II Appello di Settembre 2008

1. Spiegare perchè il numero di Courant deve essere minore o uguale di 1/2. Scrivere l'analogo di tale condizione per l'equazione del calore in 3 dimensioni.

2. Si supponga che l'equazione di Laplace sia definita nel dominio

$$S = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \geq 0\right\}$$

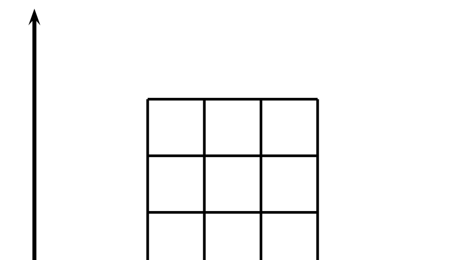
con condizioni al contorno

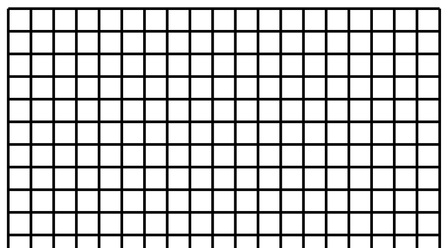
$$\begin{array}{ll} u(x,y) = g_1(x,y), & (x,y) \in \Gamma_1 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2,\ y \geq 0,\ x^2 + y^2 = 9\}, \\ u(x,y) = g_2(x,y), & (x,y) \in \Gamma_2 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2,\ y \geq 0,\ x^2 + y^2 = 1\}, \\ u(x,0) = f(x), & 1 \leq |x| \leq 3. \end{array}$$

Supponendo di trasformare l'equazione in coordinate polari spiegare come cambiano il dominio e le condizioni al contorno.

3. Definire le rette caratteristiche ed il dominio di dipendenza dell'equazione d'onda. Quale proprietà ha la soluzione lungo le rette caratteristiche?

4. Ordinare le incognite dell'equazione di Laplace definita nel dominio in figura utilizzando l'ordinamento lessicografico. Supponendo di risolvere l'equazione applicando il metodo a 5 punti schematizzare, a fianco del dominio, la struttura della matrice dei coefficienti del relativo sistema lineare.



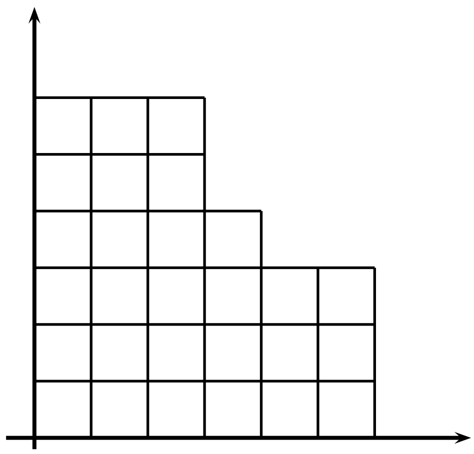


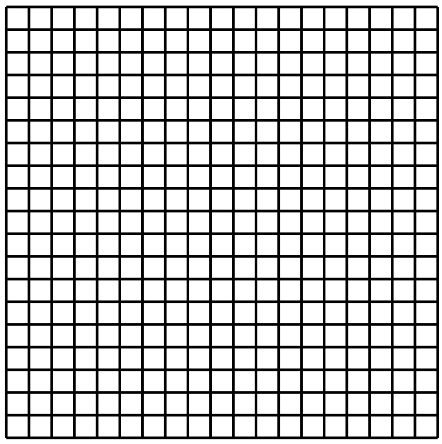
Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
I Appello di Novembre 2008

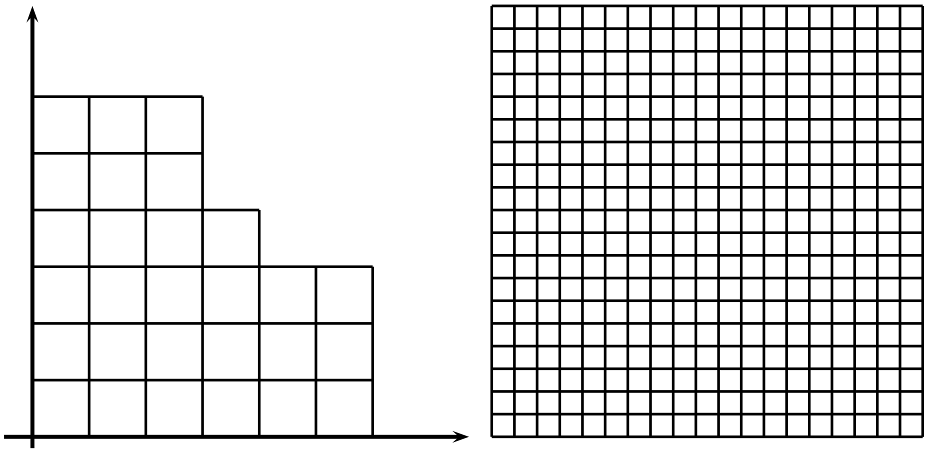
1. Spiegare perchè il numero di Courant deve essere minore o uguale di 1/2.

2. Spiegare la condizione di Courant, Friedrichs e Lewy per l'equazione iperbolica:
$$u_t(x,t) + cu_x(x,t) = 0, \qquad c > 0.$$

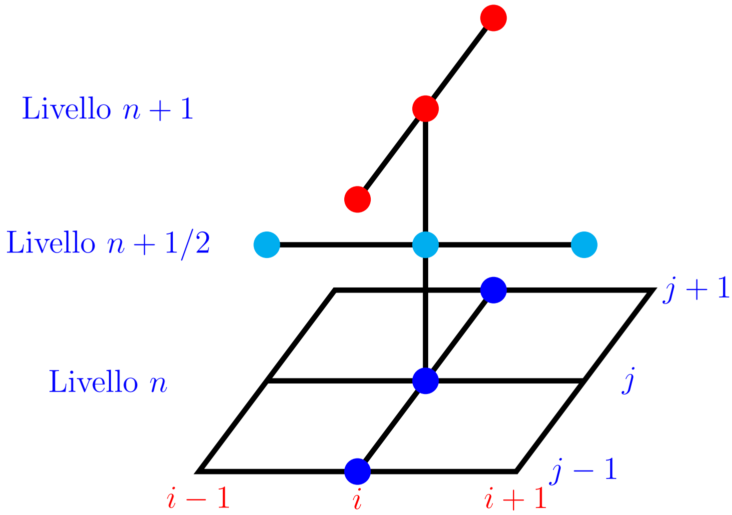
3. Ordinare le incognite dell'equazione di Poisson definita nel dominio discretizzato riportato a sinistra in figura utilizzando gli ordinamenti lessicografico e Red-Black. Supponendo di risolvere numericamente l'equazione con il metodo a 9 punti schematizzare, a destra del dominio, la struttura della matrice dei coefficienti del relativo sistema lineare.







4. Spiegare il significato del seguente stencil e specificare quali operazioni devono essere effettuate per calcolare le approssimazioni al livello $n+1$:



Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
II Appello di Novembre 2008

1. Spiegare brevemente la differenza tra shock e onda di rarefazione.

2. Supponendo di discretizzare le derivate parziali seconde dell'equazione d'onda

$$u_{tt}(x,t) - c^2 u_{xx}(x,t) = 0, \qquad (x,t) \in [0,L] \times [0,T_{\max}]$$

con la consueta formula a 3 punti perchè l'applicazione di tale metodo numerico richiede la conoscenza delle approssimazioni dei valori $u(x_i, \Delta t)$ (oltre che di quelli iniziali)? Come si ottengono tali valori?

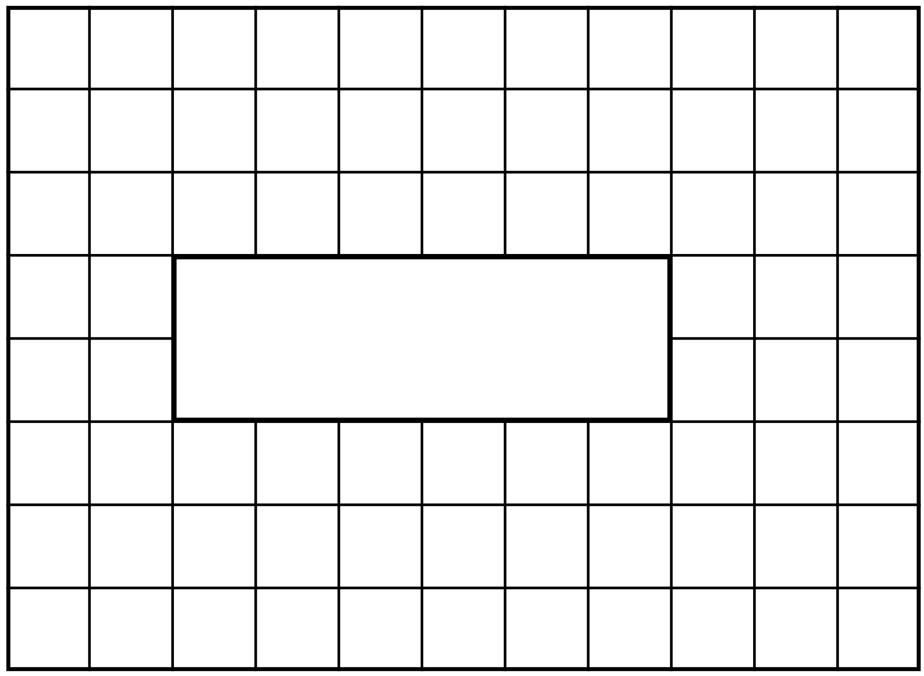
3. Verificare che la funzione

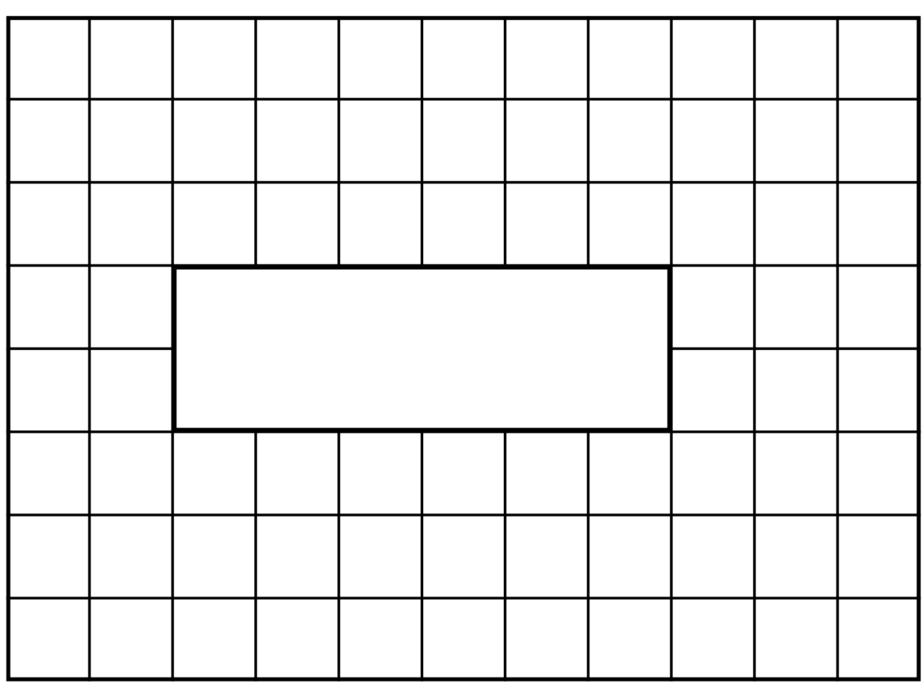
$$x(t) = e^t$$

è una curva caratteristica dell'equazione iperbolica

$$u_t(x,t) + x u_x(x,t) = 0.$$

4. Si consideri l'equazione di Laplace definita nel dominio riportato in seguito. Supponendo che siano state assegnate le condizioni di Dirichlet sulla frontiera del dominio, ordinare le incognite utilizzando gli ordinamenti multicolore con 4 e 6 colori (rosso, nero, verde, blu, giallo, magenta).





Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
I Appello di Febbraio 2009

1. Spiegare la condizione di Courant, Friedrichs e Lewy.

2. Si supponga che l'equazione di Laplace sia definita nel dominio

$$S = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 9, x, y \geq 0\right\}$$

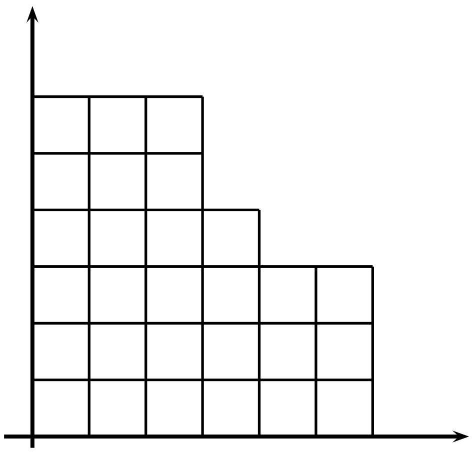
   con condizioni al contorno

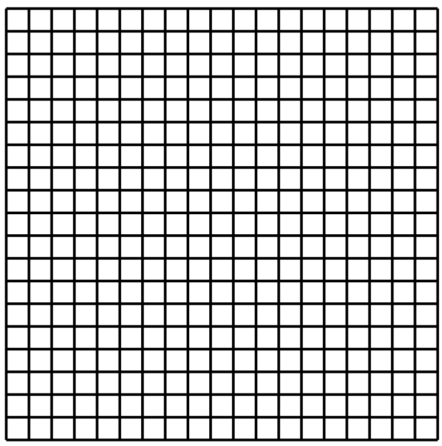
$$\begin{array}{ll} u(x,y) = g_1(x,y), & (x,y) \in \Gamma_1 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2,\ x,y \geq 0,\ x^2+y^2 = 9\}, \\ u(x,0) = f(x), & 0 \leq x \leq 3, \\ u(0,y) = g(y), & 0 \leq y \leq 3. \end{array}$$

   Supponendo di trasformare l'equazione in coordinate polari spiegare come cambiano il dominio e le condizioni al contorno.

3. Spiegare perchè la formula di D'Alembert non è utile nel caso di problemi iperbolici ai valori iniziali e al contorno.

4. Ordinare le incognite dell'equazione di Poisson definita nel dominio discretizzato riportato a sinistra in figura utilizzando l'ordinamento di Cuthill-McKee. Supponendo di risolvere numericamente l'equazione con il metodo a 5 punti schematizzare, a destra del dominio, la struttura della matrice dei coefficienti del relativo sistema lineare.





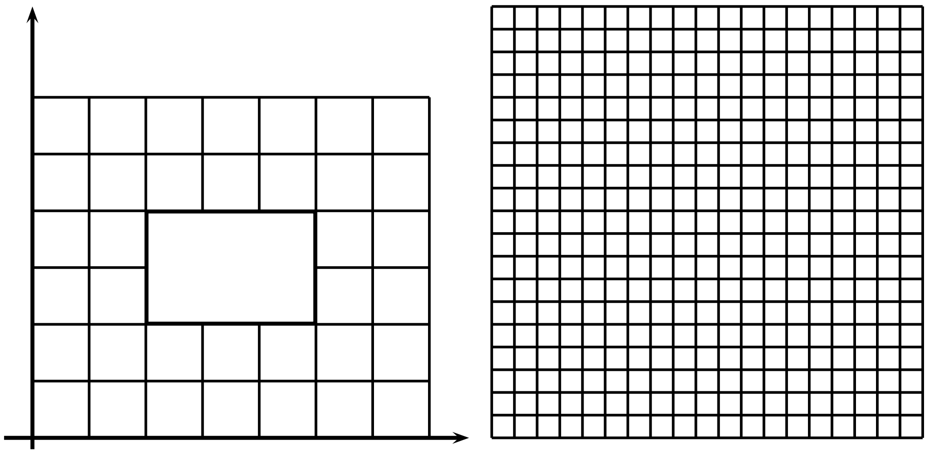
Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni (Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni) II Appello di Febbraio 2009

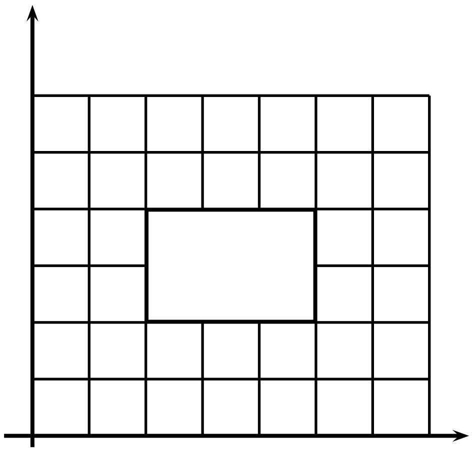
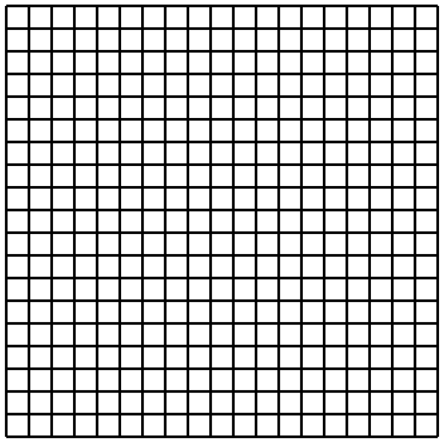
1. Spiegare la differenza tra condizioni al contorno di tipo Neumann e di tipo Dirichlet.

2. Descrivere brevemente i $\theta-$metodi.

3. Definire le rette caratteristiche ed il dominio di dipendenza dell'equazione d'onda. Quale proprietà ha la soluzione lungo le rette caratteristiche?

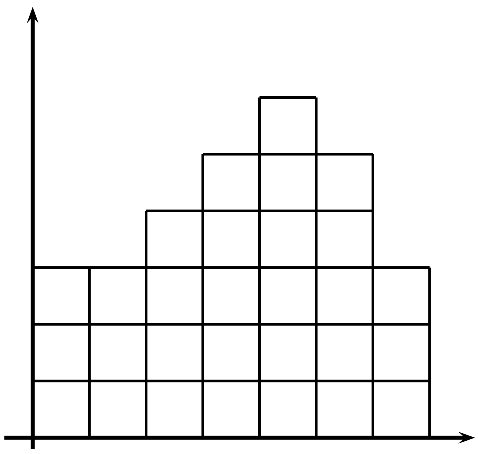
4. Sia assegnata l'equazione di Laplace nel dominio in figura con condizioni di Dirichlet sul contorno. Ordinare le incognite utilizzando gli ordinamento lessicografico e multicolore a 4 colori (rosso, nero, verde e blu) e supponendo di risolvere l'equazione con il metodo a 5 punti. Schematizzare, a destra del dominio, la struttura della matrice dei coefficienti del relativo sistema lineare.

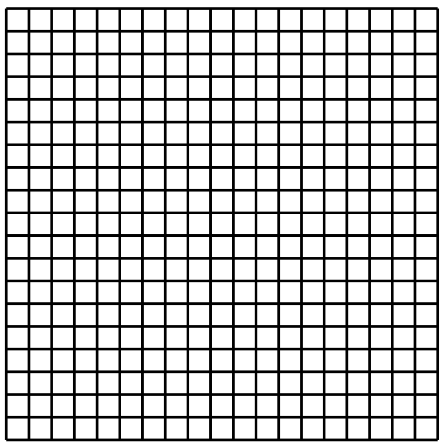


Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni (Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni) Appello di Maggio 2009

1. Descrivere il metodo delle caratteristiche.
2. Definire la condizione di Neumann per l'equazione di Laplace.
3. Spiegare in cosa consiste lo studio della stabilità di von Neumann.
4. Ordinare le incognite dell'equazione di Laplace definita nel dominio discretizzato riportato a sinistra in figura utilizzando l'ordinamento di Cuthill-McKee. Supponendo di risolvere numericamente l'equazione con il metodo a 5 punti schematizzare, a destra del dominio, la struttura della matrice dei coefficienti del relativo sistema lineare.





Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
I Appello di Luglio 2009

Rispondere a quattro dei seguenti quesiti:

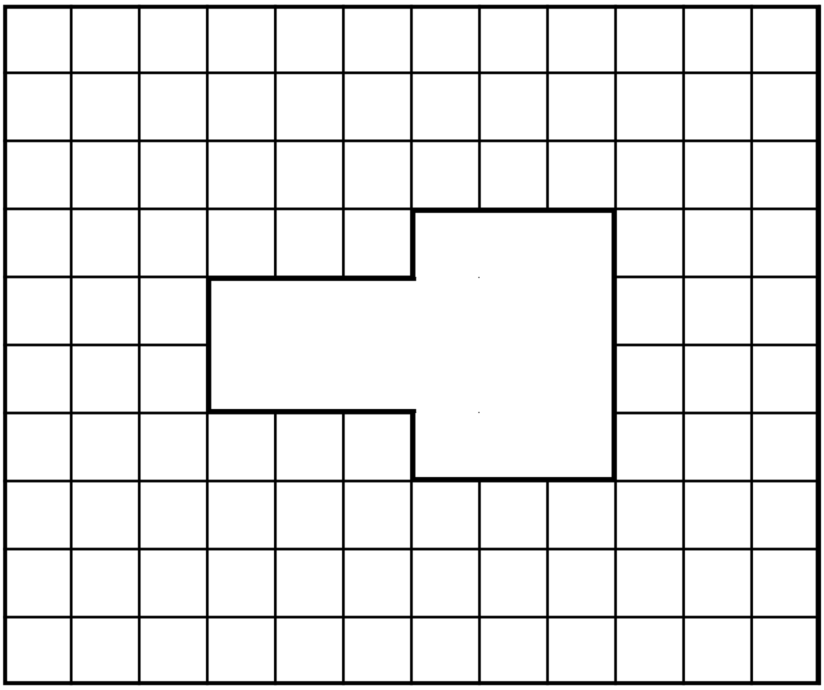
1. Ricavare l'espressione delle formule alle differenze centrali, in avanti e all'indietro per l'approssimazione della derivata prima. Spiegare in quali casi non è possibile usare la formula alle differenze centrali.

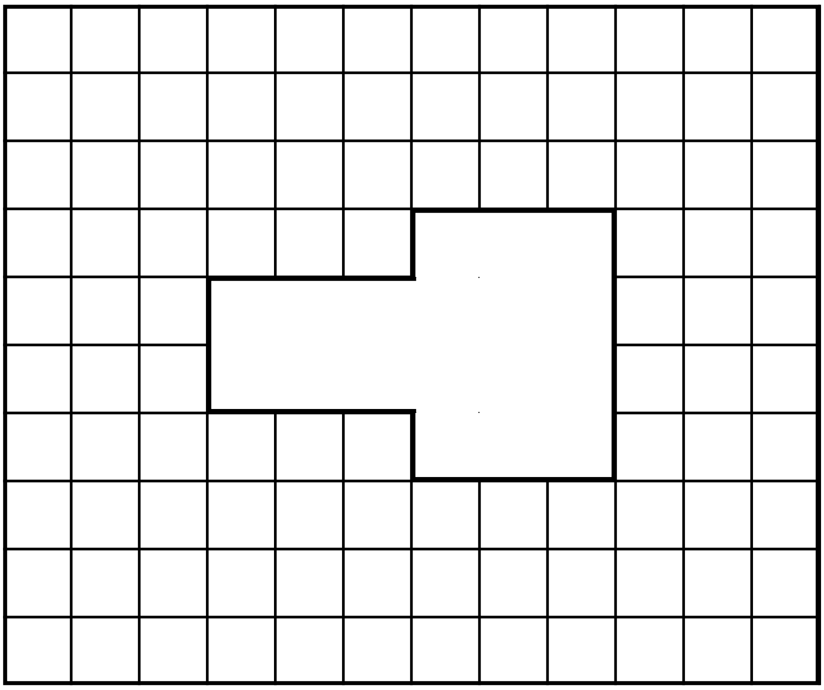
2. Spiegare brevemente la differenza tra shock e onda di rarefazione.

3. Descrivere brevemente le problematiche che si incontrano quando si vuol risolvere numericamente l'equazione di Laplace su un dominio qualsiasi utilizzando il metodo a 5 punti.

4. Spiegare in cosa consiste lo studio della stabilità di von Neumann.

5. Si consideri l'equazione di Laplace definita nel dominio riportato in seguito. Supponendo che siano state assegnate le condizioni di Dirichlet sulla frontiera del dominio, ordinare le incognite utilizzando gli ordinamenti multicolore con 4 e 6 colori (rosso, nero, verde, blu, giallo, magenta).



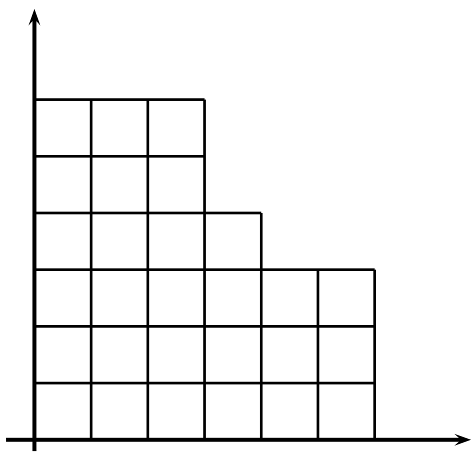


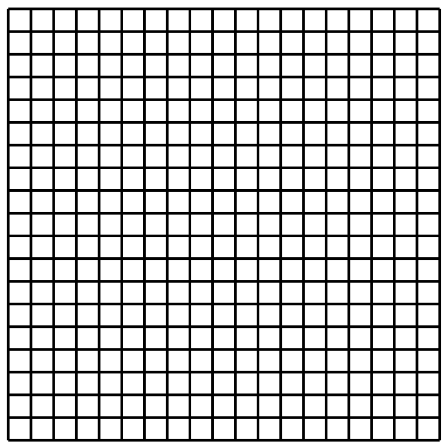
Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
II Appello di Luglio 2009

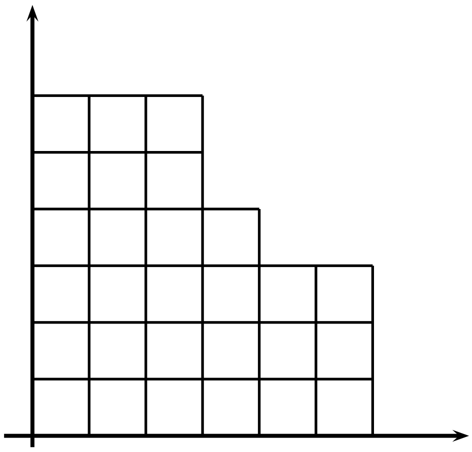
1. Spiegare la condizione di Courant, Friedrichs e Lewy.

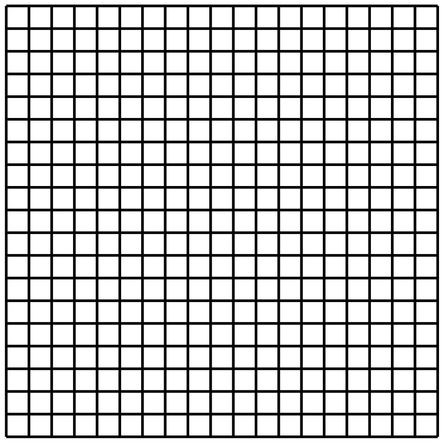
2. Descrivere le tecniche che si possono utilizzare per definire le condizioni al contorno dell'equazione di Laplace quando il contorno del dominio non è rettangolare (o quadrato).

3. Ordinare le incognite dell'equazione di Poisson definita nel dominio discretizzato riportato a sinistra in figura utilizzando l'ordinamento Red-Black. Supponendo di risolvere numericamente l'equazione con i metodi a 5 e a 9 punti, schematizzare, a destra del dominio, la struttura della matrice dei coefficienti del relativo sistema lineare.









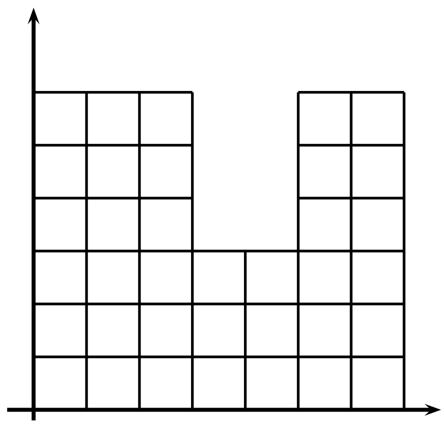
Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
I Appello di Settembre 2009

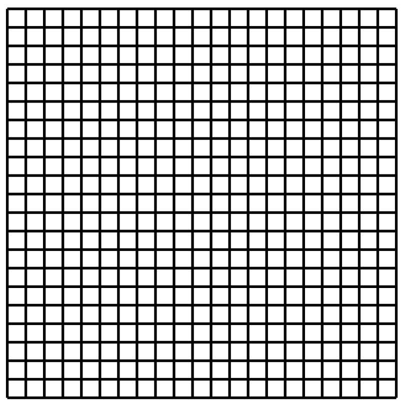
1. Descrivere brevemente il metodo di Lax-Wendroff.

2. Spiegare in cosa consiste lo studio della stabilità di von Neumann.

3. Definire le rette caratteristiche ed il dominio di dipendenza dell'equazione d'onda. Quale proprietà ha la soluzione lungo le rette caratteristiche?

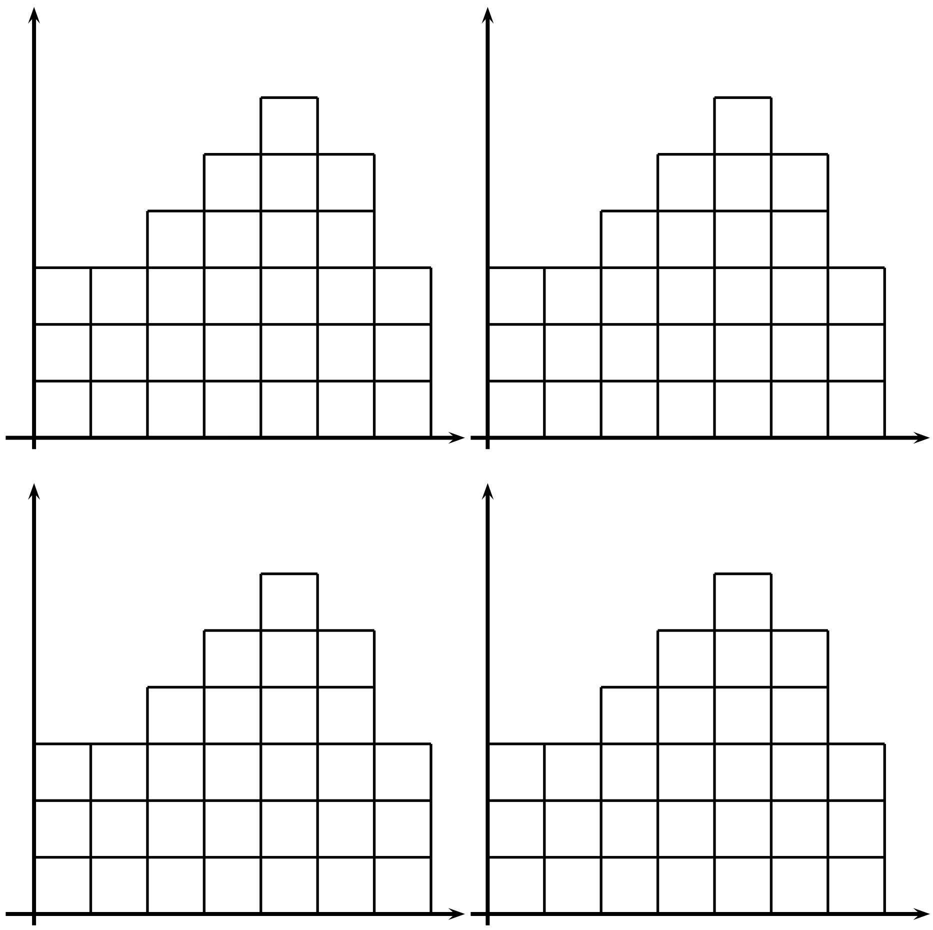
4. Ordinare le incognite dell'equazione di Laplace definita nel dominio in figura utilizzando l'ordinamento lessicografico e supponendo di risolvere l'equazione applicando il metodo a 9 punti e supponendo che siano assegnate le condizioni al contorno di Dirichlet. Schematizzare, a destra del dominio, la struttura della matrice dei coefficienti del relativo sistema lineare.





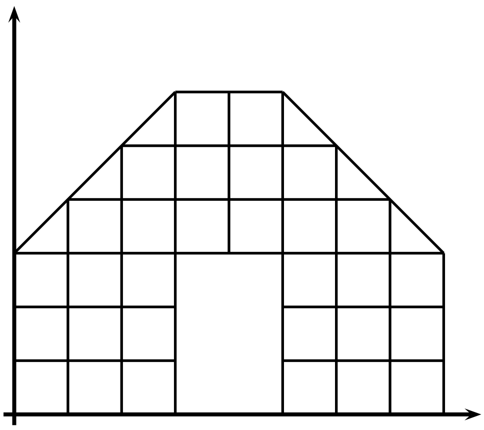
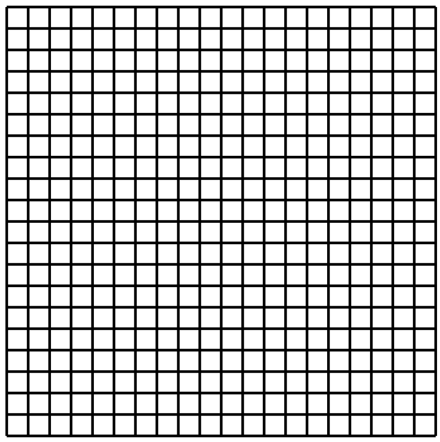
Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni (Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni) II Appello di Settembre 2009

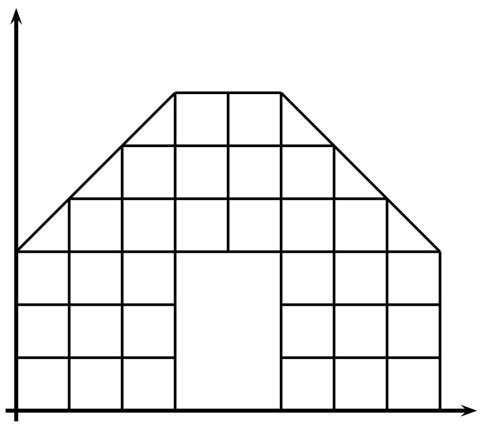
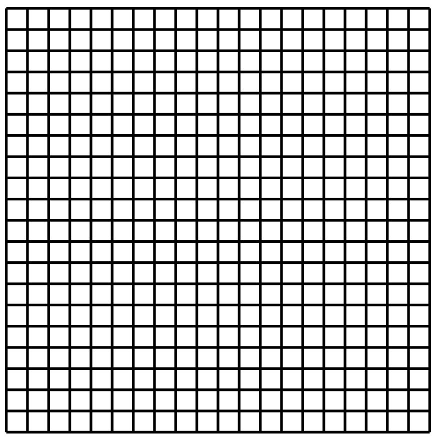
1. Descrivere il metodo delle caratteristiche.
2. Spiegare come è possibile approssimare la derivata seconda di una funzione su nodi non equidistanti.
3. Spiegare la condizione di Courant, Friedrichs e Lewy. Come cambia tale condizione nel caso di un'equazione iperbolica non lineare?
4. Ordinare le incognite dell'equazione di Laplace definita nel dominio discretizzato riportato in figura utilizzando le tecniche di ordinamenti di Cuthill-McKee, lessicografico, Red-Black e multicolore con 4 colori.



Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
I Appello di Novembre 2009

1. Ordinare le incognite dell'equazione di Laplace definita nel dominio in figura utilizzando gli ordinamenti lessicografico e Red-Black. Supponendo di risolvere l'equazione con condizione di Dirichlet applicando il metodo a 5 punti schematizzare, a destra del dominio, la struttura della matrice dei coefficienti del relativo sistema lineare.

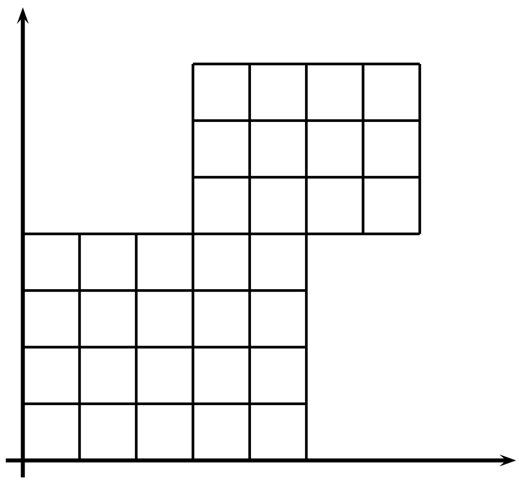



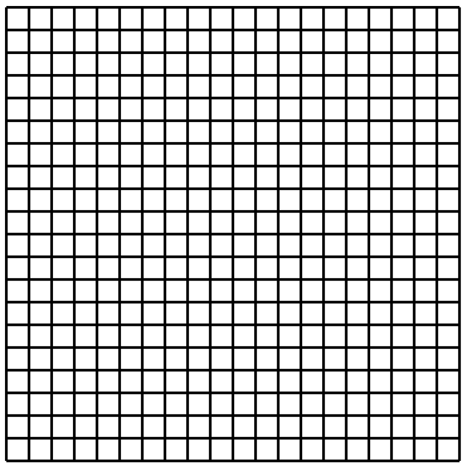
2. Definire lo stencil di un metodo numerico per equazioni alle derivate parziali. Spiegare come si possono dedurre informazioni sul metodo stesso (ovvero se risulta esplicito o implicito, la struttura della matrice dei coefficienti nel caso implicito) osservando il relativo stencil.

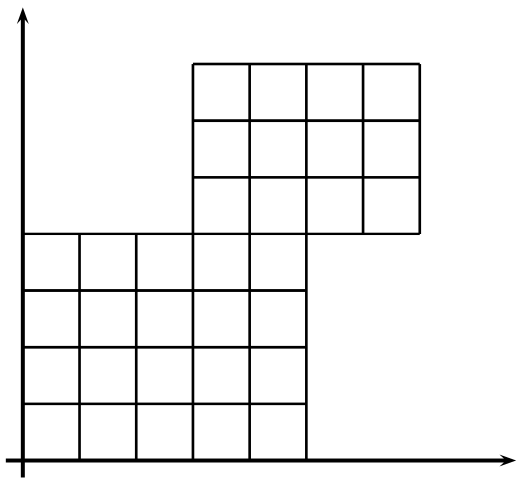
3. Spiegare la condizione di Courant, Friedrichs e Lewy.
4. Spiegare cosa vuol dire che il metodo di Crank-Nicolson è incondizionatamente stabile.

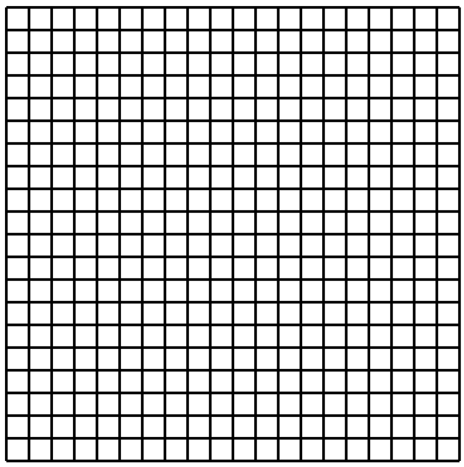
Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni (Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni) II Appello di Novembre 2009

1. Ordinare le incognite dell'equazione di Laplace definita nel dominio in figura utilizzando gli ordinamenti lessicografico e di Cuthill-McKee. Dovendo risolvere l'equazione con le condizioni al contorno di Dirichlet utilizzando il metodo a 9 punti schematizzare, a fianco del dominio, la struttura della matrice dei coefficienti del relativo sistema lineare.









2. Spiegare la differenza tra condizioni di Neumann e condizioni di Dirichlet per l'equazione di Laplace.
3. Spiegare in cosa consiste lo studio della stabilità di von Neumann. Per quale tipo di equazioni di rende necessaria?
4. Descrivere il metodo delle caratteristiche per le equazioni iperboliche.

Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
I Appello di Febbraio 2010

1. Spiegare brevemente la differenza tra shock e onda di rarefazione.

2. Spiegare la differenza tra condizioni al contorno di tipo Neumann e di tipo Dirichlet per equazioni ellittiche.

3. Si supponga che l'equazione di Laplace sia definita nel dominio

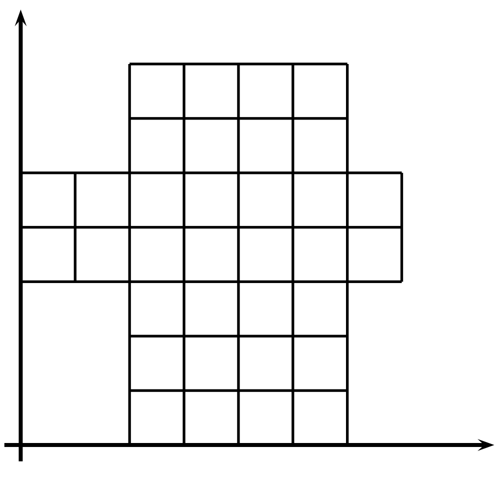
$$S = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 16, x \leq 0\right\}$$

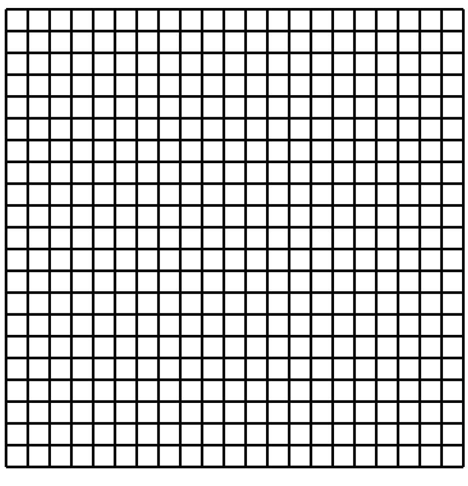
con condizioni al contorno

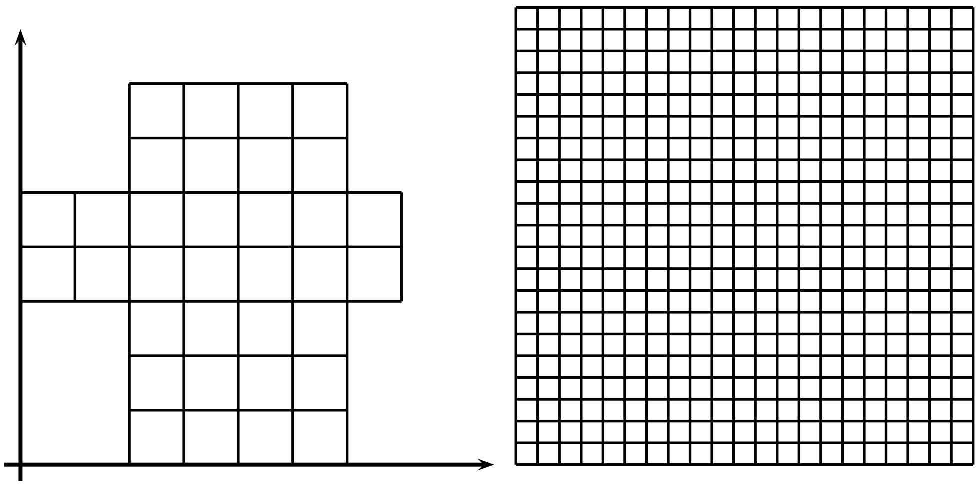
$$\begin{array}{ll} u(x,y) = g_1(x,y), & x \leq 0,\ x^2 + y^2 = 16, \\ u(0,y) = f(y), & -4 \leq y \leq 4. \end{array}$$

Supponendo di trasformare l'equazione in coordinate polari spiegare come cambiano il dominio e le condizioni al contorno.

4. Ordinare le incognite dell'equazione di Laplace definita nel dominio in figura utilizzando gli ordinamenti multicolore con 4 colori (rosso, nero, verde e blu) e Red-Black. Dovendo risolvere l'equazione con le condizioni al contorno di Dirichlet utilizzando il metodo a 5 punti schematizzare, a fianco del dominio, la struttura della matrice dei coefficienti del relativo sistema lineare.

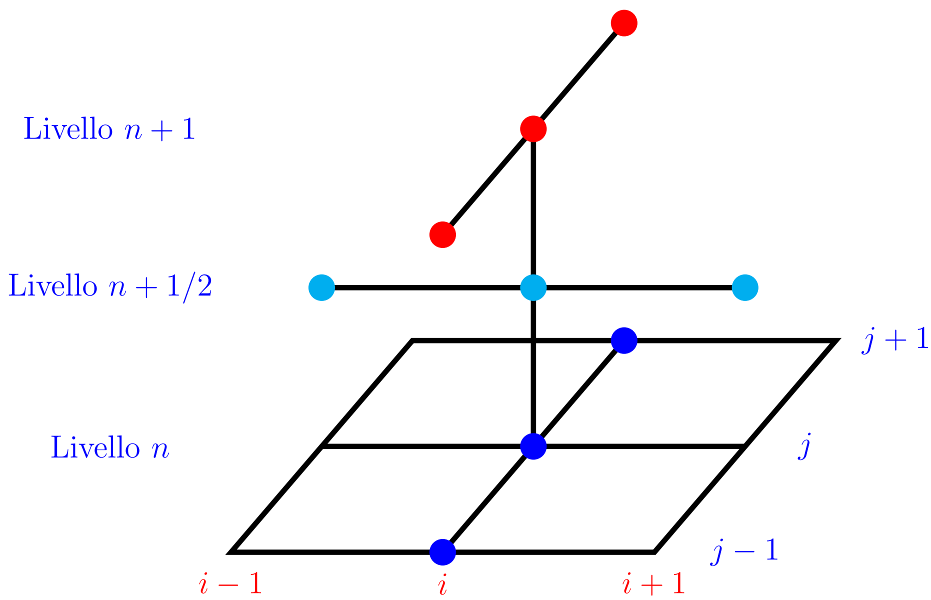






Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
II Appello di Febbraio 2010

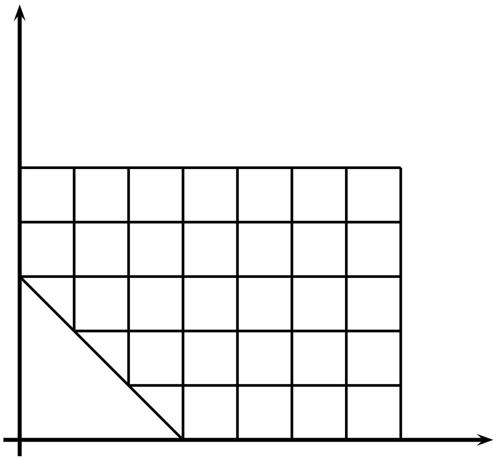
1. Spiegare il significato del seguente stencil e specificare quali operazioni devono essere effettuate per calcolare le approssimazioni al livello $n+1$:

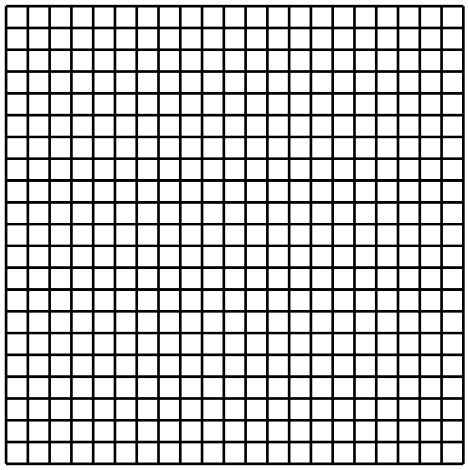


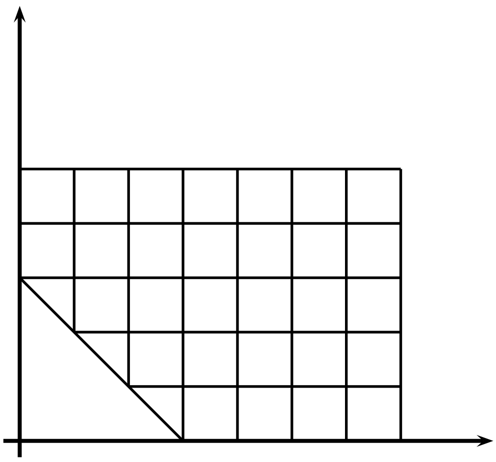
2. Spiegare perchè il numero di Courant deve essere minore o uguale di 1/2.

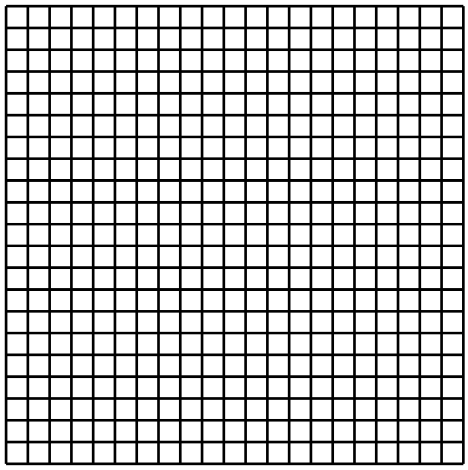
3. Spiegare l'utilità dell'analisi di stabilità di von Neumann.

4. Ordinare le incognite dell'equazione di Laplace definita nel dominio in figura utilizzando gli ordinamenti Cuthill-McKee e Red-Black. Dovendo risolvere l'equazione con le condizioni al contorno di Dirichlet utilizzando il metodo a 5 punti schematizzare, a fianco del dominio, la struttura della matrice dei coefficienti del relativo sistema lineare.









Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
Appello di Aprile 2010

1. Definire lo stencil di un metodo numerico per equazioni alle derivate parziali. Spiegare come si possono dedurre informazioni sul metodo stesso (ovvero se risulta esplicito o implicito, la struttura della matrice dei coefficienti nel caso implicito) osservando il relativo stencil.

2. Si supponga che l'equazione di Laplace sia definita nel dominio

$$S = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 16, x \leq 0\right\}$$

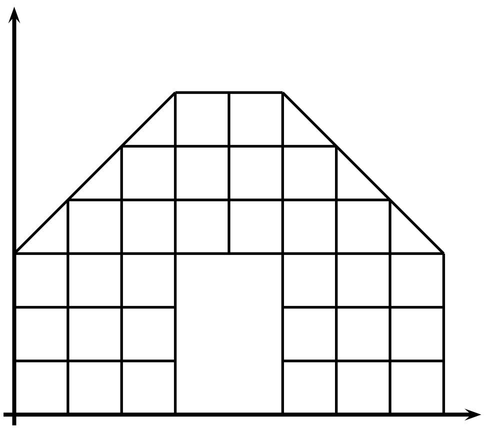
con condizioni al contorno

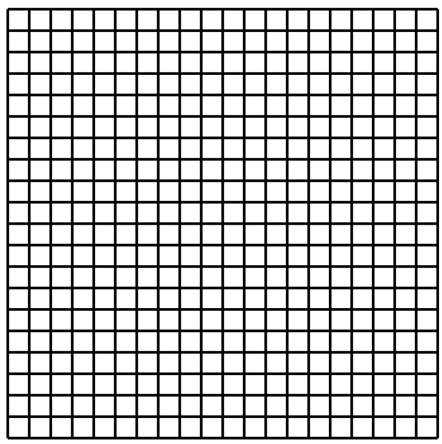
$$\begin{array}{ll} u(x,y) = g_1(x,y), & x \leq 0,\ x^2+y^2 = 16, \\ u(0,y) = f(y), & -4 \leq y \leq 4. \end{array}$$

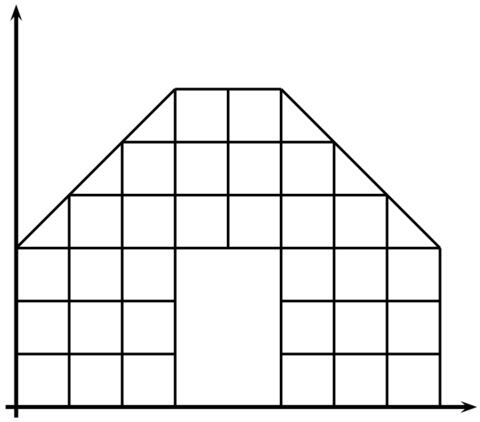
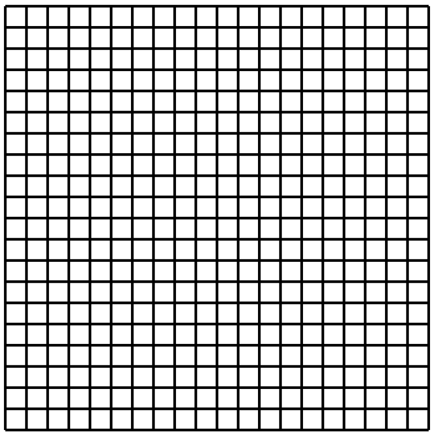
Supponendo di trasformare l'equazione in coordinate polari spiegare come cambiano il dominio e le condizioni al contorno.

3. Spiegare la differenza tra condizioni di Neumann e condizioni di Dirichlet per l'equazione di Laplace.

4. Ordinare le incognite dell'equazione di Laplace definita nel dominio in figura utilizzando gli ordinamenti lessicografico e Red-Black. Supponendo di risolvere l'equazione con condizione di Dirichlet applicando il metodo a 9 punti schematizzare, a destra del dominio, la struttura della matrice dei coefficienti del relativo sistema lineare.

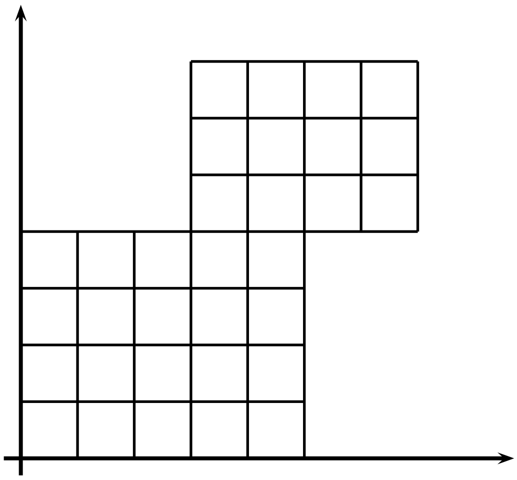
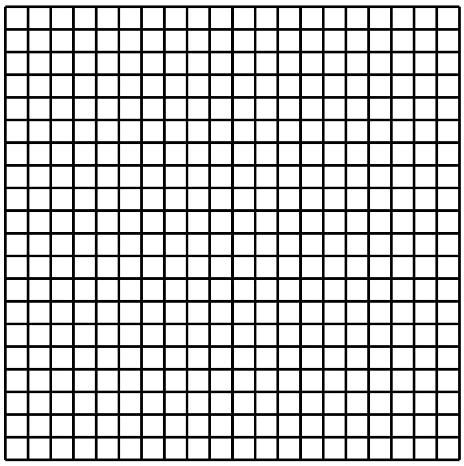


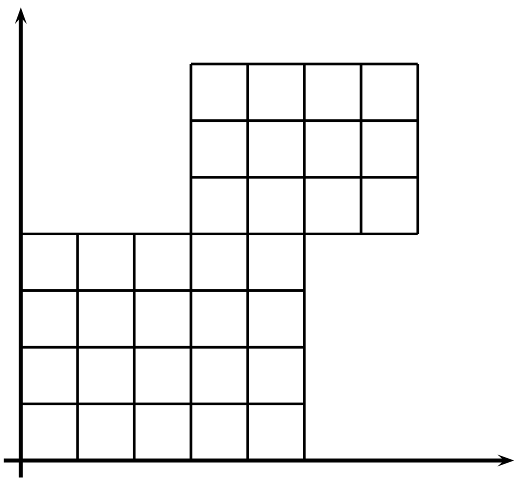
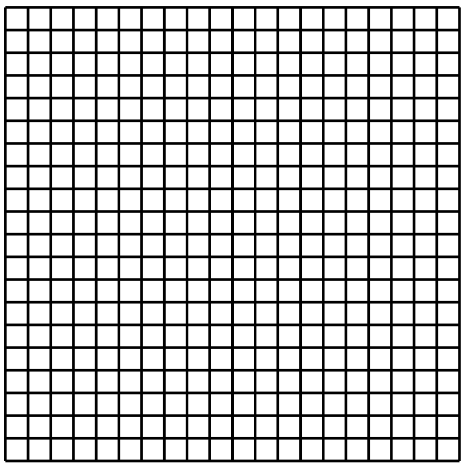


Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
I Appello di Luglio 2010

1. Ordinare le incognite dell'equazione di Laplace definita nel dominio in figura utilizzando gli ordinamenti lessicografico e di Cuthill-McKee. Dovendo risolvere l'equazione con le condizioni al contorno di Dirichlet utilizzando il metodo a 9 punti schematizzare, a fianco del dominio, la struttura della matrice dei coefficienti del relativo sistema lineare.

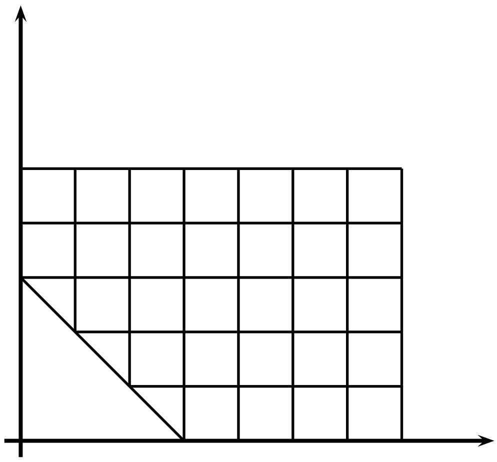
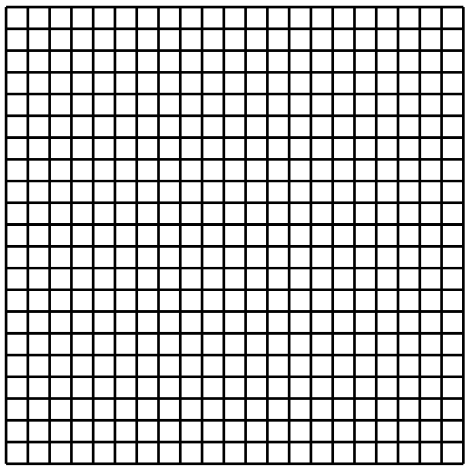



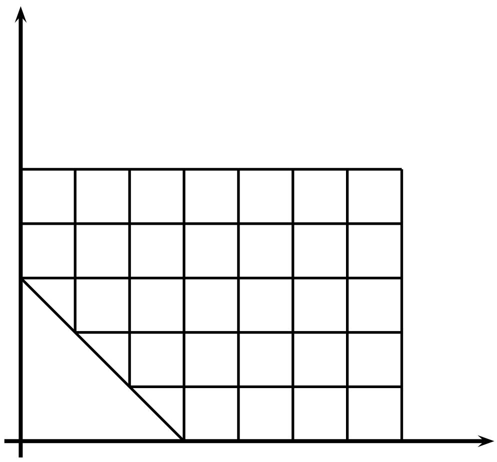
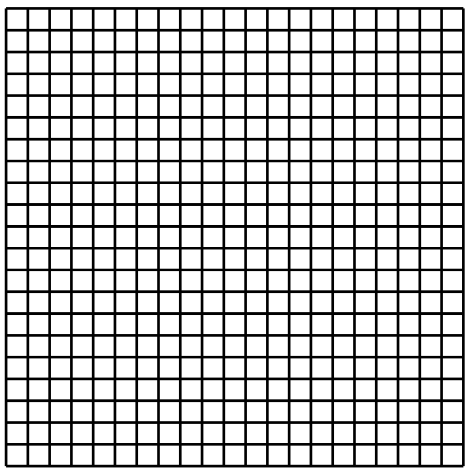



2. Descrivere il metodo delle caratteristiche per le equazioni iperboliche.
3. Spiegare brevemente la differenza tra shock e onda di rarefazione.
4. Spiegare in cosa consiste lo studio della stabilità di von Neumann.

Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
II Appello di Luglio 2010

1. Ordinare le incognite dell'equazione di Laplace definita nel dominio in figura utilizzando gli ordinamenti Cuthill-McKee e Red-Black. Dovendo risolvere l'equazione con le condizioni al contorno di Dirichlet utilizzando il metodo a 5 punti schematizzare, a fianco del dominio, la struttura della matrice dei coefficienti del relativo sistema lineare.

2. Si supponga che l'equazione di Laplace sia definita nel dominio

$$S = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 16, x \leq 0\right\}$$

con condizioni al contorno

$$\begin{array}{ll} u(x,y) = g_1(x,y), & x \le 0,\ x^2+y^2=16, \\ u(0,y) = f(y), & -4 \le y \le 4. \end{array}$$

Supponendo di trasformare l'equazione in coordinate polari spiegare come cambiano il dominio e le condizioni al contorno.

3. Spiegare la differenza tra condizioni di Neumann e condizioni di Dirichlet per l'equazione di Laplace.

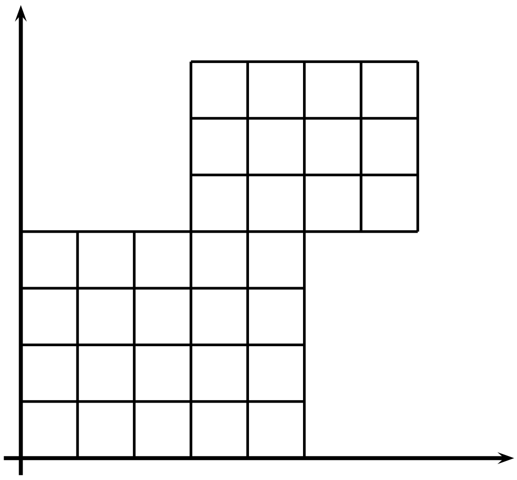
4. Spiegare la condizione di Courant, Friedrichs e Lewy.

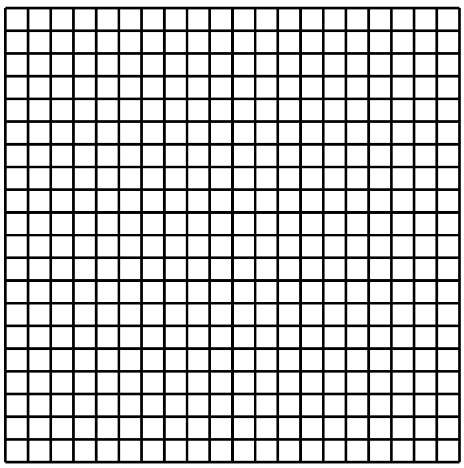
Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
I Appello di Settembre 2010

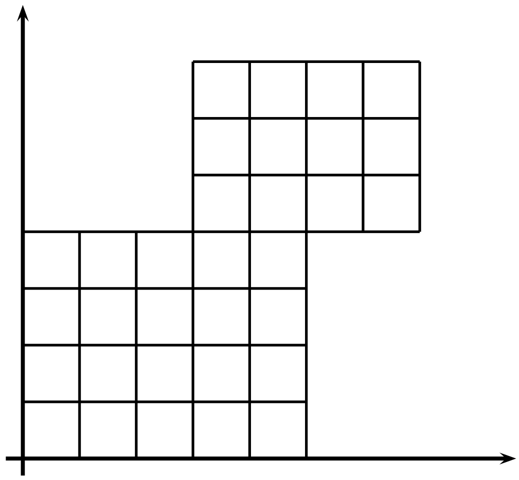
1. Ricavare l'espressione delle formule alle differenze centrali, in avanti e all'indietro per l'approssimazione della derivata prima. Spiegare in quali casi non è possibile usare la formula alle differenze centrali.

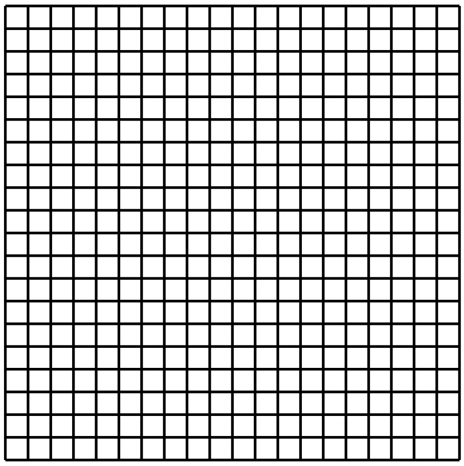
2. Spiegare cosa vuol dire che il metodo di Crank-Nicolson è incondizionatamente stabile.

3. Ordinare le incognite dell'equazione di Laplace definita nel dominio in figura utilizzando gli ordinamenti lessicografico e di Cuthill-McKee. Dovendo risolvere l'equazione con le condizioni al contorno di Dirichlet utilizzando il metodo a 9 punti schematizzare, a fianco del dominio, la struttura della matrice dei coefficienti del relativo sistema lineare.









Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
II Appello di Settembre 2010

1. Spiegare la differenza tra condizioni di Neumann e condizioni di Dirichlet per l'equazione di Laplace.

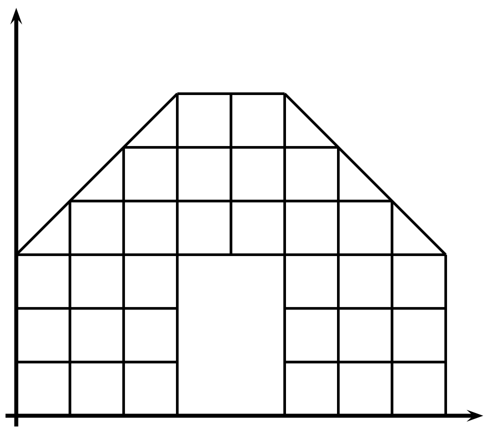
2. Applicare l'analisi di stabilità di von Neumann al metodo di Eulero esplicito per equazioni paraboliche.

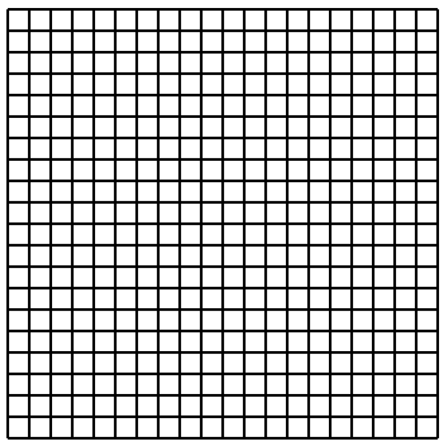
3. Disegnare lo stencil del seguente metodo numerico:

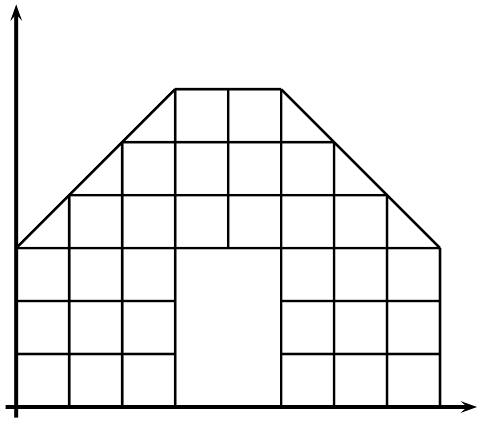
$$u_{i,j}^{n+1/2} = \beta u_{i,j-1}^{n} + \alpha u_{i-1,j}^{n} + (1-2\alpha-2\beta)u_{i,j}^{n} + \alpha u_{i+1,j}^{n} + \beta u_{i-1,j}^{n},$$

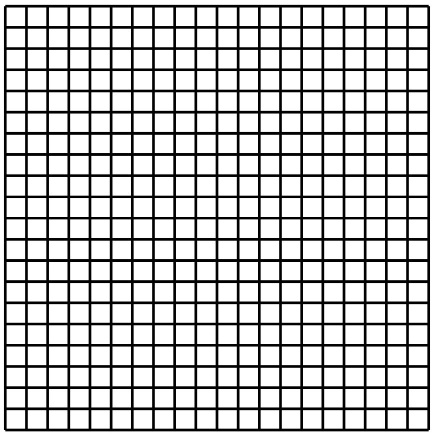
$$u_{i,j}^{n+1} = u_{i,j}^{n+1/2} + \frac{1}{1+2\alpha+2\beta}\left[\beta u_{i,j-1}^{n+1} + \alpha u_{i-1,j}^{n+1} + \alpha u_{i+1,j}^{n+1} + \beta u_{i-1,j}^{n+1}\right].$$

4. Ordinare le incognite dell'equazione di Laplace definita nel dominio in figura utilizzando gli ordinamenti Red-Black e multicolore con 4 colori. Supponendo di risolvere l'equazione con condizione di Dirichlet applicando il metodo a 5 punti schematizzare, a destra del dominio, la struttura della matrice dei coefficienti del relativo sistema lineare.



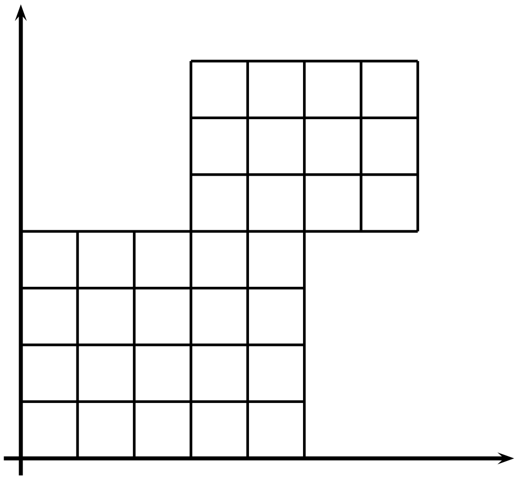
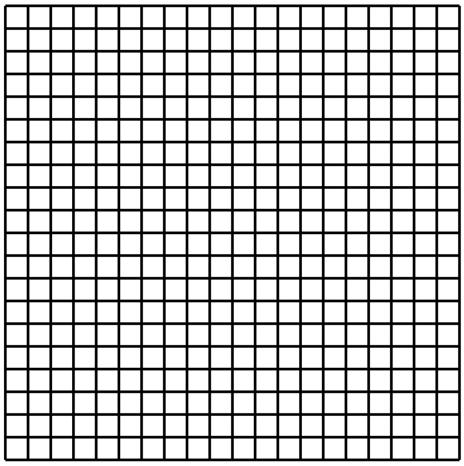


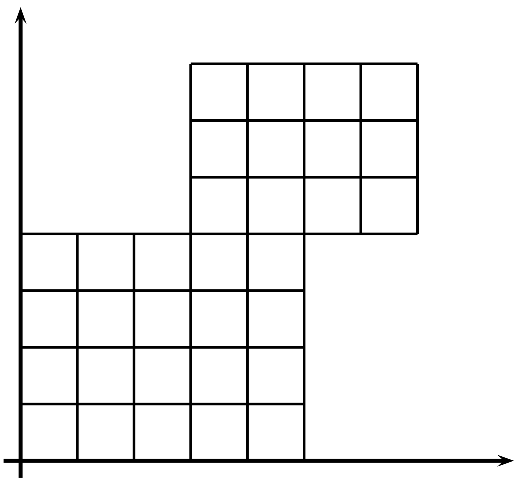
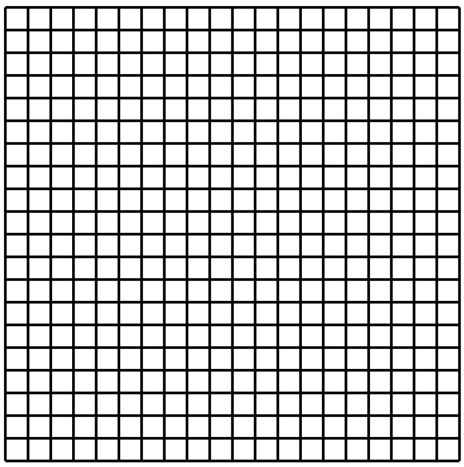




Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
Appello di Dicembre 2010

1. Ordinare le incognite dell'equazione di Laplace definita nel dominio in figura utilizzando gli ordinamenti Red-Black e multicolore con 4 colori. Dovendo risolvere l'equazione con le condizioni al contorno di Dirichlet utilizzando il metodo a 5 punti schematizzare, a fianco del dominio, la struttura della matrice dei coefficienti del relativo sistema lineare.

2. Spiegare brevemente la differenza tra shock e onda di rarefazione.

3. Si supponga che l'equazione di Laplace sia definita nel dominio

$$S = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, x \leq 0\right\}$$

con condizioni al contorno

$$\begin{array}{ll} u(x, y) = g_1(x, y), & x \leq 0,\ x^2 + y^2 = 16, \\ u(x, y) = g_2(x, y), & x \leq 0,\ x^2 + y^2 = 4, \\ u(0, y) = f(y), & 2 \leq |y| \leq 4. \end{array}$$

Supponendo di trasformare l'equazione in coordinate polari spiegare come cambiano il dominio e le condizioni al contorno.

Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
Esame Scritto di Analisi Numerica
(Laurea Magistrale in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
Appello di Febbraio 2011

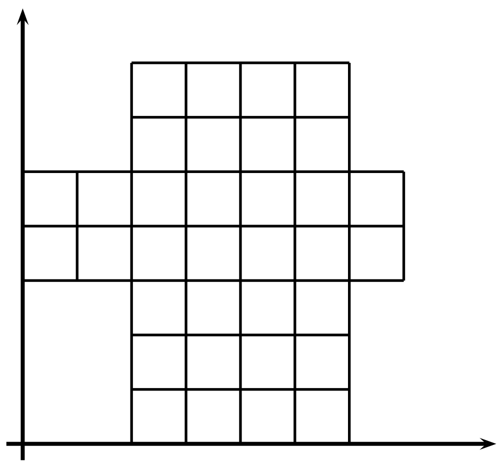
1. Spiegare la differenza tra condizioni di Neumann e condizioni di Dirichlet per l'equazione di Laplace.

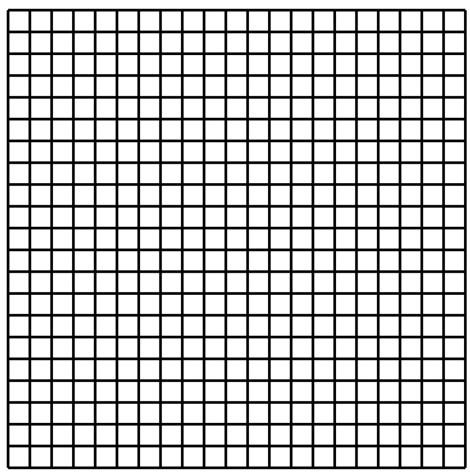
2. Disegnare lo stencil del seguente metodo numerico:

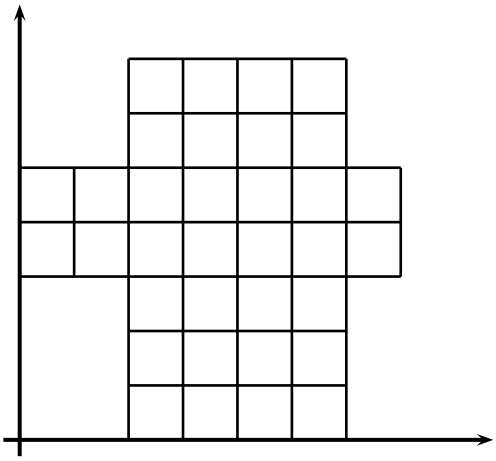
$$u_{i,j}^{n+1/2} = \beta u_{i,j-1}^{n} + \alpha u_{i-1,j}^{n} + (1-2\alpha-2\beta)u_{i,j}^{n} + \alpha u_{i+1,j}^{n} + \beta u_{i-1,j}^{n},$$

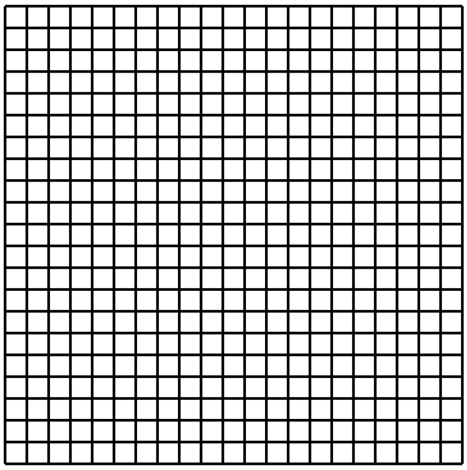
$$u_{i,j}^{n+1} = u_{i,j}^{n+1/2} + \frac{1}{1+2\alpha+2\beta}\left[\beta u_{i,j-1}^{n+1} + \alpha u_{i-1,j}^{n+1} + \alpha u_{i+1,j}^{n+1} + \beta u_{i-1,j}^{n+1}\right].$$

3. Ordinare le incognite dell'equazione di Laplace definita nel dominio in figura utilizzando gli ordinamenti lessicografico e Red-Black. Dovendo risolvere l'equazione con le condizioni al contorno di Dirichlet utilizzando il metodo a 9 punti schematizzare, a fianco del dominio, la struttura della matrice dei coefficienti del relativo sistema lineare.







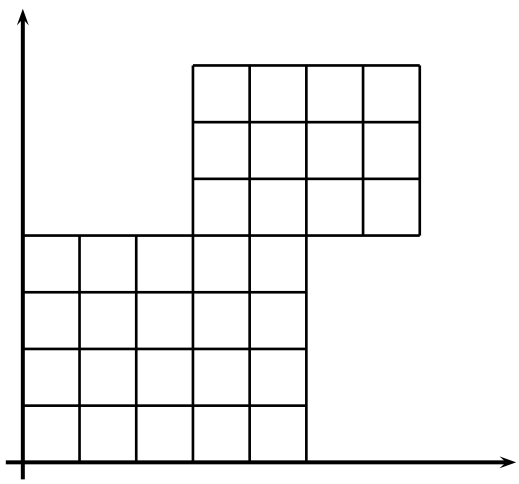


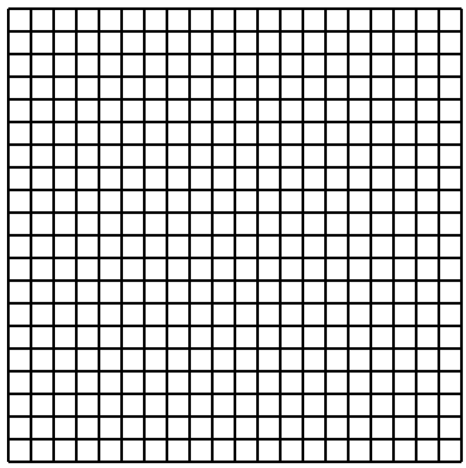
Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni (Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni) Esame Scritto di Analisi Numerica (Laurea Magistrale in Ingegneria delle Telecomunicazioni) Appello di Marzo 2011

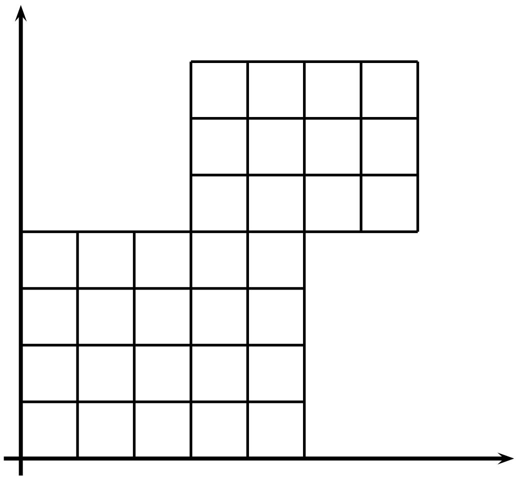
1. Sia assegnata l'equazione d'onda del primo ordine con $c = 1$ e condizione iniziale
$$u(x, 0) = \sin 2x, \qquad x \in \mathbb{R}.$$
Applicate il metodo delle caratteristiche per determinare la soluzione nel punto $(\pi, 2)$.

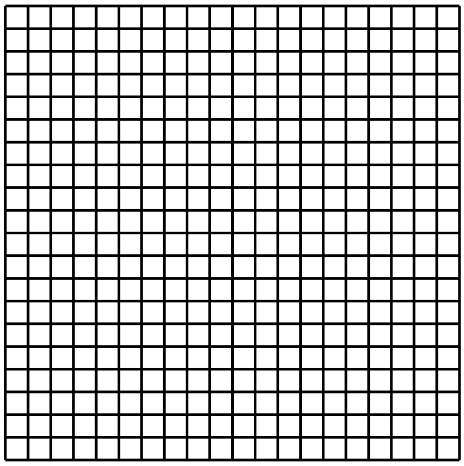
2. Spiegare cosa vuol dire che il metodo di Crank-Nicolson è incondizionatamente stabile.

3. Ordinare le incognite dell'equazione di Laplace definita nel dominio in figura utilizzando gli ordinamenti lessicografico e di Cuthill-McKee. Dovendo risolvere l'equazione con le condizioni al contorno di Dirichlet utilizzando il metodo a 9 punti schematizzare, a fianco del dominio, la struttura della matrice dei coefficienti del relativo sistema lineare.



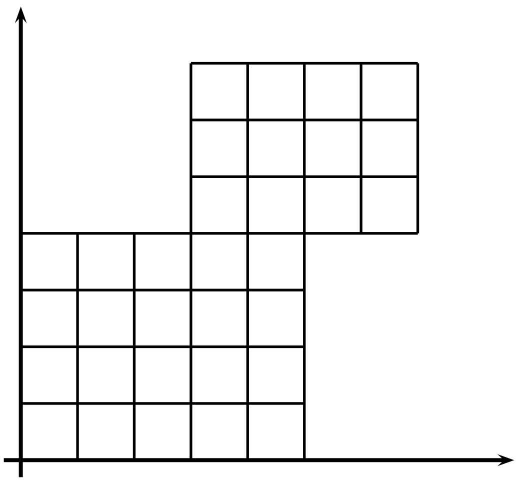


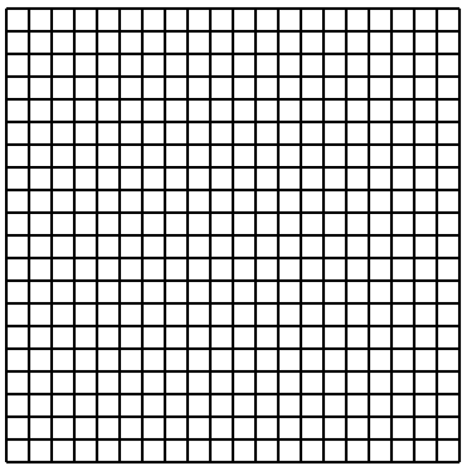


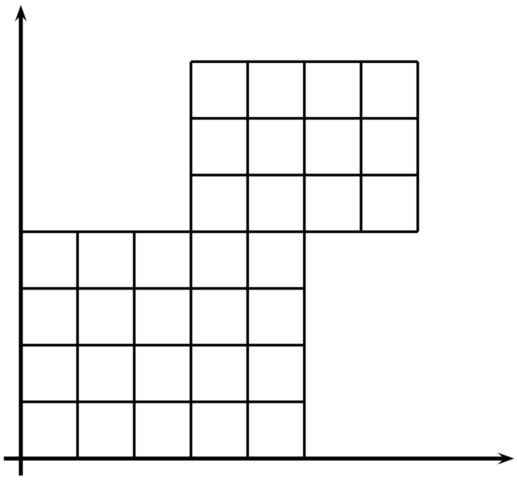


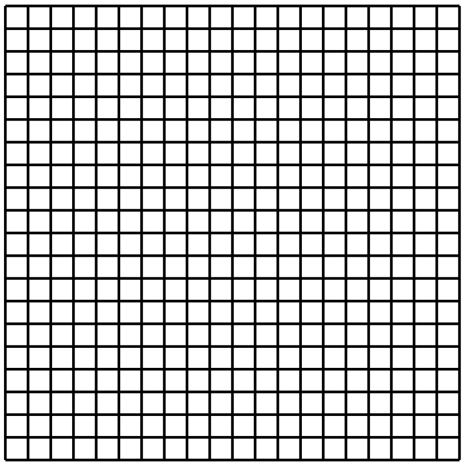
Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
Esame Scritto di Analisi Numerica
(Laurea Magistrale in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
Appello di Maggio 2011

1. Ordinare le incognite dell'equazione di Laplace definita nel dominio in figura utilizzando gli ordinamenti Red-Black e multicolore con 4 colori. Dovendo risolvere l'equazione con le condizioni al contorno di Dirichlet utilizzando il metodo a 5 punti schematizzare, a fianco del dominio, la struttura della matrice dei coefficienti del relativo sistema lineare.









2. Definire lo stencil di un metodo numerico e disegnare quello relativo al seguente schema numerico:

$$u_{i,j}^{n+1/2} = \beta u_{i,j-1}^n + \alpha u_{i-1,j}^n + (1-2\alpha-2\beta)u_{i,j}^n + \alpha u_{i+1,j}^n + \beta u_{i-1,j}^n,$$

$$u_{i,j}^{n+1} = u_{i,j}^{n+1/2} + \frac{1}{1+2\alpha+2\beta}\left[\beta u_{i,j-1}^{n+1} + \alpha u_{i-1,j}^{n+1} + \alpha u_{i+1,j}^{n+1} + \beta u_{i-1,j}^{n+1}\right].$$

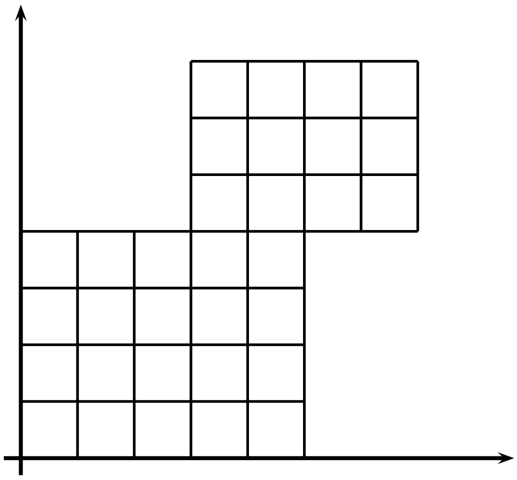
3. Sia assegnata l'equazione d'onda del primo ordine con $c = 1$ e condizione iniziale

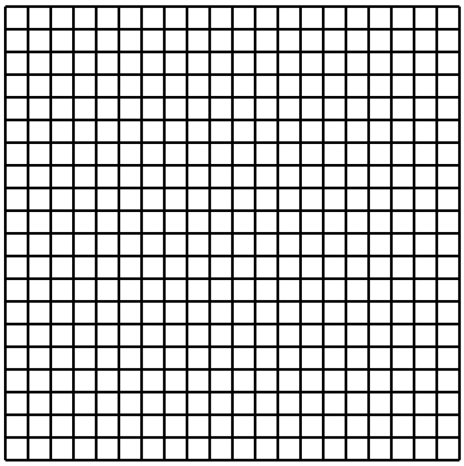
$$u(x,0) = \sin x, \qquad x \in \mathbb{R}.$$

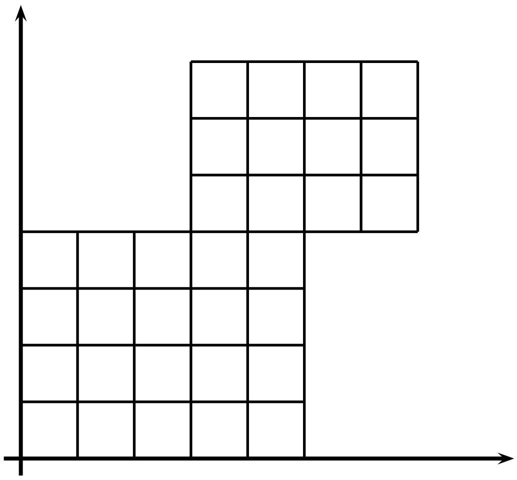
Applicate il metodo delle caratteristiche per determinare la soluzione nel punto $(2\pi, 2)$.

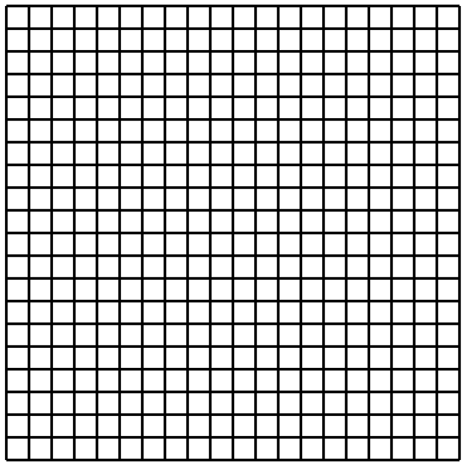
Esame Scritto di Analisi Numerica per le Telecomunicazioni
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
Esame Scritto di Analisi Numerica
(Laurea Magistrale in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
Appello di Maggio 2011

1. Ordinare le incognite dell'equazione di Laplace definita nel dominio in figura utilizzando gli ordinamenti Red-Black e multicolore con 4 colori. Dovendo risolvere l'equazione con le condizioni al contorno di Dirichlet utilizzando il metodo a 5 punti schematizzare, a fianco del dominio, la struttura della matrice dei coefficienti del relativo sistema lineare.









2. Definire lo stencil di un metodo numerico e disegnare quello relativo al seguente schema numerico:

$$u_{i,j}^{n+1/2} = \beta u_{i,j-1}^n + \alpha u_{i-1,j}^n + (1 - 2\alpha - 2\beta) u_{i,j}^n + \alpha u_{i+1,j}^n + \beta u_{i-1,j}^n,$$

$$u_{i,j}^{n+1} = u_{i,j}^{n+1/2} + \frac{1}{1 + 2\alpha + 2\beta} \left[\beta u_{i,j-1}^{n+1} + \alpha u_{i-1,j}^{n+1} + \alpha u_{i+1,j}^{n+1} + \beta u_{i-1,j}^{n+1} \right].$$

3. Sia assegnata l'equazione d'onda del primo ordine con $c = 1$ e condizione iniziale

$$u(x, 0) = \sin x, \qquad x \in \mathbb{R}.$$

Applicate il metodo delle caratteristiche per determinare la soluzione nel punto $(2\pi, 2)$.