Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
I Appello di Febbraio 2005

1. Risolvere la seguente equazione differenziale del terzo ordine utilizzando la trasformata di Laplace:

$$\begin{cases} Y'''(t) - 2Y''(t) = e^{2t} \\ \\ Y(0) = Y'(0) = 1, \ Y''(0) = -1 \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial t} = 9\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} & \\ \\ U(0,t) = U(3,t) = 0, & t \geq 0 \\ \\ U_t(x,0) = x, & 0 \leq x \leq 3. \end{cases}$$

3. Ricavare l'espressione dell'errore per il polinomio interpolante di Lagrange.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
II Appello di Febbraio 2005

1. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando la trasformata di Laplace:
$$Y(t) = e^{2t} + 2\int_0^t \cos(\sqrt{2}u)Y(t-u)du.$$

2. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial t} = -\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} & \\ \\ U_x(0,t) = U_x(1,t) = 0, & t \geq 0 \\ \\ U(x,0) = \cos(5\pi x), & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

3. Descrivere il metodo di eliminazione di Gauss.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)

1. Risolvere la seguente equazione differenziale del terzo ordine utilizzando la trasformata di Laplace:

$$\begin{cases} Y''(t) - 2Y'(t) + 2Y(t) = t \\ \\ Y(0) = 0, \ Y'(0) = 1. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} \\ \\ U(0,t) = U(1,t) = 0, & t \geq 0 \\ \\ U(x,0) = \sin(3\pi x), & 0 \leq x \leq 1 \\ \\ U_t(x,0) = 0, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

3. Ricavare l'espressione del polinomio interpolante di Lagrange.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
I Appello di Luglio 2005

1. Risolvere la seguente equazione differenziale del terzo ordine utilizzando le trasformate di Laplace:

$$Y'''(t) - Y''(t) = 1$$

con condizioni iniziali $Y(0) = 0, Y'(0) = 2$ e $Y''(0) = -2$.

2. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = 9\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$

soggetta alle condizioni iniziali $U(0,t) = U(3,t) = 0$, $t \geq 0$, e

$$U(x,0) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x < 1,\ 2 < x \leq 3 \\ x - 1 & 1 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

3. Descrivere i metodi per l'approssimazione delle radici di una funzione non lineare $f(x)$.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
II Appello di Luglio 2005

1. Risolvere la seguente equazione differenziale del secondo ordine utilizzando le trasformate di Laplace:

$$Y''(t) - 2Y'(t) + Y(t) = e^t + 1$$

soggetta alle condizioni iniziali $Y(0) = 0$ e $Y'(0) = 1$.

2. Utilizzare le trasformate finite di Fourier tipo coseno per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = 4\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$

con $0 \leq x \leq \pi/2$, $t \geq 0$ e soggetta alle seguenti condizioni iniziali:

$$\frac{\partial U(0,t)}{\partial x} = \frac{\partial U(\pi/2,t)}{\partial x} = 0$$

e $U(x, 0) = 1 - \cos 4x$, per $0 \leq x \leq \pi/2$.

3. Ricavare l'espressione del polinomio interpolante di Lagrange.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
II Appello di Settembre 2005

1. Risolvere la seguente equazione differenziale del terzo ordine utilizzando le trasformate di Laplace:

$$Y'''(t) + 2Y''(t) + Y'(t) = 3t$$

soggetta alle condizioni iniziali $Y(0) = 0$ e $Y'(0) = Y''(0) = 1$.

2. Utilizzare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = -\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$

con $0 \leq x \leq 1$, $t \geq 0$ e con condizioni iniziali $U(0,t) = U(1,t) = 0$, per $t \geq 0$, $U(x,0) = 0$, per $0 \leq x \leq 1$, e inoltre tale che

$$\frac{\partial U(x,0)}{\partial t} = x, \qquad 0 \leq x \leq 1.$$

3. Ricavare l'espressione dell'errore per il polinomio interpolante di Lagrange.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
I Appello di Febbraio 2006

1. Risolvere la seguente equazione differenziale del terzo ordine applicando le trasformate di Laplace:

$$Y'''(t) + 2Y''(t) + 2Y'(t) = e^t$$

con $Y(t)$ soggetta alle condizioni iniziali $Y(0) = Y''(0) = 0$ e $Y'(0) = 2$.

2. Utilizzare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = 2\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$

con $0 \leq x \leq 4$, $t \geq 0$, e con condizioni iniziali $U_x(0,t) = U_x(4,t) = 0$, per $t \geq 0$, e

$$U(x,0) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 2 \\ \\ 4 - x & 2 < x \leq 4 \end{cases}$$

3. Ricavare l'espressione dell'errore per il polinomio interpolante di Lagrange.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
II Appello di Febbraio 2006

1. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando le trasformate di Laplace:
$$Y(t) = 1 + te^t + 2\int_0^t Y(u)\cos(t-u)du.$$

2. Utilizzare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:
$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2},$$
sapendo che $U(x,t)$ soddisfa le condizioni iniziali $U(0,t) = U(6,t) = 0$, per $t \geq 0$, $U(x,0) = 0$ per $0 \leq x \leq 6$ e e
$$\frac{\partial U}{\partial t}(x,0) = x, \qquad 0 \leq x \leq 6.$$

3. Descrivere il metodo di eliminazione di Gauss.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
Appello di Aprile 2006

1. Risolvere la seguente equazione differenziale utilizzando le trasformate di Laplace:
$$Y''(t) - 3Y'(t) - 4Y(t) = F(t)$$
con $Y(0) = 0$ e $Y'(0) = 1$ ed $F(t)$ uguale alla seguente funzione:
$$F(t) = \begin{cases} 2 & 0 \leq t \leq 1 \\ \\ 0 & t > 1. \end{cases}$$

2. Utilizzare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:
$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2},$$
sapendo che $U(x,t)$ soddisfa le condizioni iniziali $U(0,t) = U(1,t) = 0$, per $t \geq 0$, e
$$\frac{\partial U}{\partial t}(x,0) = 3x, \qquad 0 \leq x \leq 1.$$

3. Descrivere i metodi per l'approssimazione delle radici di una funzione non lineare $f(x)$.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
Appello di Luglio 2006

1. Risolvere la seguente equazione differenziale del terzo ordine utilizzando la trasformata di Laplace:

$$\begin{cases} Y'''(t) - 2Y''(t) = e^{2t} \\ \\ Y(0) = -1,\ Y'(0) = 1,\ Y''(0) = 0 \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial t} = 9\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} \\ \\ U(0,t) = U(3,t) = 0, & t \geq 0 \\ \\ U_t(x,0) = x^2, & 0 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

3. Ricavare l'espressione dell'errore per il polinomio interpolante di Lagrange.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
Appello di Novembre 2006

1. Utilizzare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 4\frac{\partial^2 U}{\partial x^2},$$

sapendo che $U(x,t)$ soddisfa le condizioni iniziali $U(0,t) = U(2,t) = 0$ per $t \geq 0$, $U_t(x,0) = 0$ per $0 \leq x \leq 2$, e

$$U(x,0) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 1 \\ \\ 0 & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione differenziale del secondo ordine usando le trasformate di Laplace:

$$Y''(t) - Y'(t) = F(t)$$

con $Y(0) = Y'(0) = 1$ ed $F(t)$ uguale alla seguente funzione:

$$F(t) = \begin{cases} 2 & 0 \leq t \leq 1 \\ \\ 0 & t > 1. \end{cases}$$

3. Ricavare l'espressione dell'errore per il polinomio interpolante di Lagrange.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
I Appello di Febbraio 2007

Risolvere 5 dei seguenti quesiti (di cui 3 di Analisi Complessa):

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:
$$Y''(t) + 4Y(t) = F(t), \qquad Y(0) = 1,\ Y'(0) = -1$$
dove
$$F(t) = \begin{cases} 1 & 0 \le t \le 2 \\ 0 & t > 2. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione differenziale del secondo ordine:
$$Y''(t) - 4Y'(t) + 4Y(t) = \cosh 2t$$
con le condizioni iniziali $Y(0) = 1$ e $Y'(0) = 2$.

3. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial t} = -4\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} & \\ U_x(0,t) = U_x(4,t) = 0, & t \ge 0 \\ U(x,0) = 4 - x, & 0 \le x \le 4. \end{cases}$$

4. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della seguente funzione:
$$F(x) = \begin{cases} 1 & -2 \le x \le 0 \\ 1 + x^2 & 0 < x \le 2. \end{cases}$$
Dire se la serie converge alla funzione $F(x)$ in ogni punto.

5. Ricavare l'espressione del $k-$esimo polinomio fondamentale di Lagrange.

6. Descrivere le tecniche di Crout e Doolittle per il calcolo diretto della fattorizzazione LU.

7. Descrivere come si ricava una generica formula di quadratura di tipo interpolatorio e cosa si intende per grado di precisione.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
II Appello di Febbraio 2007

Risolvere 5 dei seguenti quesiti (di cui 3 di Analisi Complessa):

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:
$$Y^{\mathrm{iv}}(t) - Y''(t) = e^{3t} \qquad Y(0) = Y''(0) = 0,\ Y'(0) = Y'''(0) = 1.$$

2. Risolvere la seguente equazione integrale usando le trasformate di Laplace:
$$Y(t) = e^{t}\sin 2t + \int_0^t e^{2(t-u)}Y(u)du.$$

3. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} \\ U(0,t) = U(1,t) = 0, & t \geq 0 \\ U(x,0) = \sin \pi x, & 0 \leq x \leq 1 \\ U_t(x,0) = 0. \end{cases}$$

4. Sia
$$F(x) = 1 - x, \qquad 0 \leq x \leq 1,$$
scrivere gli sviluppi in serie di Fourier di soli seni e di soli coseni e specificare se tali serie convergono ad $F(x)$ per ogni x.

5. Descrivere il metodo delle successive bisezioni evidenziando i motivi della convergenza.

6. Ricavare le formule esplicite per il calcolo diretto della fattorizzazione LU.

7. Descrivere la formula del trapezio.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
Appello di Maggio 2007

Risolvere 5 dei seguenti quesiti (di cui 3 di Analisi Complessa):

1. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando la trasformata di Laplace:
$$Y(t) = e^{2t} + 2\int_0^t \cos(\sqrt{2}u)Y(t-u)du.$$

2. Risolvere la seguente equazione differenziale del terzo ordine utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y'''(t) - 2Y''(t) + 2Y'(t) = 1 \\ \\ Y(0) = Y''(0) = 0,\ Y'(0) = 1. \end{cases}$$

3. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = -\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
con $U(0,t) = U(2,t) = 0$, se $t \geq 0$, $U(x,0) = 0$ e $U_t(x,0) = x$ per $0 \leq x \leq 2$.

4. Scrivere l'espansione in serie di Fourier della seguente funzione:
$$F(x) = \begin{cases} -x-1 & -2 \leq x < -1 \\ 0 & -1 \leq x \leq 1 \\ x-1 & 1 < x \leq 2. \end{cases}$$

5. Descrivere come si risolve numericamente un'equazione differenziale e scrivere l'espressione almeno di un metodo numerico.

6. Ricavare le formule esplicite per il calcolo diretto della fattorizzazione LU.

7. Descrivere la formula del trapezio.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
I Appello di Luglio 2007

Risolvere 5 dei seguenti quesiti (di cui 3 di Analisi Complessa):

1. Risolvere la seguente equazione differenziale del secondo ordine utilizzando le trasformate di Laplace:
$$Y''(t) - 2Y'(t) + Y(t) = e^t \sin 2t$$
soggetta alle seguenti condizioni iniziali $Y(0) = 1, Y'(0) = -1$.

2. Risolvere la seguente equazione integrale usando le trasformate di Laplace:
$$Y(t) = e^t + \int_0^t Y(u) \sin(t-u) du.$$

3. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\frac{\partial U}{\partial t} = 4\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
con $0 \leq x \leq \pi/2$, $t \geq 0$ e soggetta alle seguenti condizioni iniziali:
$$\frac{\partial U(0,t)}{\partial x} = \frac{\partial U(\pi/2,t)}{\partial x} = 0$$
e $U(x,0) = \cos 4x$, per $0 \leq x \leq \pi/2$.

4. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della seguente funzione:
$$F(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 2 \\ -x-1 & -2 \leq x < 0. \end{cases}$$

5. Descrivere come si risolve numericamente un'equazione differenziale e scrivere l'espressione almeno di un metodo numerico.

6. Descrivere il metodo delle successive bisezioni evidenziando i motivi della convergenza.

7. Ricavare le formule esplicite per il calcolo diretto della fattorizzazione LU.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
II Appello di Luglio 2007

Risolvere 5 dei seguenti quesiti (di cui 3 di Analisi Complessa):

1. Risolvere la seguente equazione differenziale del secondo ordine:
$$Y''(t) - 4Y'(t) + 4Y(t) = \cosh 2t$$
con le condizioni iniziali $Y(0) = 0$ e $Y'(0) = 1$.

2. Risolvere la seguente equazione differenziale del terzo ordine utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y'''(t) - 2Y''(t) = e^{2t} \\ \\ Y(0) = -1,\ Y'(0) = 1,\ Y''(0) = 0 \end{cases}$$

3. Utilizzare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:
$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 9\frac{\partial^2 U}{\partial x^2},$$
sapendo che $U(x,t)$ soddisfa le condizioni iniziali $U(0,t) = U(3,t) = 0$ per $t \geq 0$, $U_t(x,0) = 0$ per $0 \leq x \leq 3$, e
$$U(x,0) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 1 \\ \\ 0 & 1 < x \leq 3 \end{cases}$$

4. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della seguente funzione:
$$F(x) = \begin{cases} x^2 & 0 \leq x \leq 2 \\ -1 & -2 \leq x < 0. \end{cases}$$

5. Descrivere come si risolve numericamente un'equazione differenziale e scrivere l'espressione almeno di un metodo numerico.

6. Ricavare le formule esplicite per il calcolo diretto della fattorizzazione LU.

7. Ricavare l'espressione del polinomio interpolante di Lagrange.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
Appello di Settembre 2007

Risolvere 5 dei seguenti quesiti (di cui 3 di Analisi Complessa):

1. Risolvere la seguente equazione differenziale del terzo ordine utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y'''(t) - 2Y''(t) = e^{2t} \\ \\ Y(0) = -1,\ Y'(0) = 1,\ Y''(0) = 0 \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando la trasformata di Laplace:
$$Y(t) = te^t + \int_0^t uY(t-u)du.$$

3. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della seguente funzione di periodo 4:
$$F(x) = \begin{cases} 2+x & -2 \le x \le -1 \\ 1 & -1 < x < 1 \\ 2-x & 1 \le x \le 2. \end{cases}$$
Dire se la serie converge alla funzione $F(x)$ in ogni punto.

4. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial t} = -\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} \\ \\ U_x(0,t) = U_x(\pi,t) = 0, & t \ge 0 \\ \\ U(x,0) = \pi x, & 0 \le x \le \pi. \end{cases}$$

5. Descrivere come si risolve numericamente un'equazione differenziale e scrivere l'espressione almeno di un metodo numerico.

6. Descrivere il metodo delle successive bisezioni evidenziando i motivi della convergenza.

7. Descrivere la formula del trapezio.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
I Appello di Febbraio 2008

Risolvere 5 dei seguenti quesiti (di cui 3 di Analisi Complessa):

1. Risolvere la seguente equazione differenziale del secondo ordine usando le trasformate di Laplace:
$$2Y''(t) - Y'(t) = F(t)$$
con $Y(0) = 1, Y'(0) = -1$ ed $F(t)$ uguale alla seguente funzione:
$$F(t) = \begin{cases} 2 & 0 \leq t \leq 1 \\ \\ 0 & t > 1. \end{cases}$$

2. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della seguente funzione:
$$F(x) = \begin{cases} x & -1 \leq x \leq 0 \\ x^2 & 0 < x \leq 1. \end{cases}$$

3. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial t} = 9\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} \\ \\ U_x(0,t) = U_x(3,t) = 0, & t \geq 0 \\ \\ U(x,0) = x^2, & 0 \leq x \leq 3. \end{cases}$$

4. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando la trasformata di Laplace:
$$Y(t) = e^{2t} + 2\int_0^t \cos(\sqrt{2}u)Y(t-u)du.$$

5. Spiegare l'utilità delle strategie di pivoting per il metodo di eliminazione di Gauss.

6. Ricavare l'espressione del $k-$esimo polinomio fondamentale di Lagrange.

7. Spiegare come si può dedurre il grado di precisione di una formula di quadratura.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
II Appello di Febbraio 2008

Risolvere 5 dei seguenti quesiti (di cui 3 di Analisi Complessa):

1. Risolvere la seguente equazione differenziale del terzo ordine utilizzando le trasformate di Laplace:
$$Y'''(t) + 2Y''(t) + Y'(t) = 3t$$
soggetta alle condizioni iniziali $Y(0) = 0$, $Y'(0) = 1$ e $Y''(0) = 0$.

2. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando le trasformate di Laplace:
$$Y(t) = 1 + te^t + 2\int_0^t Y(u)\cos(t-u)du.$$

3. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della seguente funzione:
$$F(x) = \begin{cases} 1 & -2 \leq x \leq 0 \\ -1 + x & 0 < x \leq 2. \end{cases}$$
Specificare in quali punti $x \in \mathbb{R}$ la serie di Fourier non converge ad $F(x)$.

4. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} & \\ U(0,t) = U(2,t) = 0, & t \geq 0 \\ U(x,0) = 0, & 0 \leq x \leq 2, \\ U_t(x,0) = x, & 0 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

5. Descrivere il metodo di Newton-Raphson per l'approssimazione della radici di una funzione non lineare $f(x)$.

6. Ricavare l'espressione della formula di Simpson.

7. Descrivere le tecniche di Crout e Doolittle per il calcolo diretto della fattorizzazione LU.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
Appello di Maggio 2008

Risolvere 5 dei seguenti quesiti (di cui 3 di Analisi Complessa):

1. Risolvere la seguente equazione differenziale del terzo ordine utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y'''(t) - 2Y''(t) = e^{2t} \\ \\ Y(0) = Y'(0) = 1,\ Y''(0) = -1 \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando le trasformate di Laplace:
$$Y(t) = 1 + te^t + 2\int_0^t Y(u)\cos(t-u)du.$$

3. Utilizzare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:
$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 16\frac{\partial^2 U}{\partial x^2},$$
sapendo che $U(x,t)$ soddisfa le condizioni iniziali $U(0,t) = U(2,t) = 0$ per $t \geq 0$, $U(x,0) = 0$ per $0 \leq x \leq 2$, e
$$U_t(x,0) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq 1 \\ \\ x & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

4. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della seguente funzione:
$$F(x) = \begin{cases} x+1 & 0 \leq x \leq 2 \\ x & -2 \leq x < 0. \end{cases}$$

5. Ricavare le formule esplicite per il calcolo diretto della fattorizzazione LU.

6. Descrivere il metodo delle successive bisezioni evidenziando i motivi della convergenza.

7. Descrivere la formula del trapezio.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
I Appello di Luglio 2008

Risolvere 5 dei seguenti quesiti (di cui 3 di Analisi Complessa):

1. Risolvere la seguente equazione differenziale del secondo ordine utilizzando le trasformate di Laplace:
$$Y''(t) - 2Y'(t) + 2Y(t) = e^t$$
soggetta alle seguenti condizioni iniziali $Y(0) = 1, Y'(0) = 0$.

2. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando le trasformate di Laplace:
$$Y(t) = t + 2\int_0^t Y(u)\cos(t-u)du.$$

3. Risolvere, utilizzando le trasformate di Fourier, la seguente equazione alle derivate parziali
$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}$$
soggetta alle condizioni iniziali: $U(2,t) = U(0,t) = 0$ per $t > 0$, $U(x,0) = 0$, per $0 < x < 2$, e inoltre
$$\frac{\partial U}{\partial t}(x,0) = \begin{cases} x & 0 \le x < 1 \\ 2-x & 1 \le x < 2 \\ 0 & x \ge 2. \end{cases}$$

4. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della seguente funzione:
$$F(x) = \begin{cases} -x & -2 \le x \le 0 \\ 0 & 0 < x \le 1 \\ x-1 & 1 < x \le 2. \end{cases}$$

5. Spiegare l'utilità delle strategie di pivoting per il metodo di eliminazione di Gauss.

6. Ricavare l'espressione dell'errore per il polinomio interpolante di Lagrange.

7. Spiegare da cosa si può dedurre il grado di precisione di una formula di quadratura.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
II Appello di Luglio 2008

Risolvere 5 dei seguenti quesiti (di cui 3 di Analisi Complessa):

1. Risolvere la seguente equazione differenziale del terzo ordine utilizzando la trasformata di Laplace:

$$\begin{cases} Y'''(t) - 2Y''(t) = e^{2t} \\ \\ Y(0) = -1, \ Y'(0) = 1, \ Y''(0) = 0 \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integrale usando le trasformate di Laplace:

$$Y(t) = e^t \sin 2t + \int_0^t e^{2(t-u)} Y(u) du.$$

3. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial t} = -\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} \\ \\ U_x(0,t) = U_x(\pi,t) = 0, & t \geq 0 \\ \\ U(x,0) = \pi x, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

4. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della seguente funzione:

$$F(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 & -2 \leq x < 0. \end{cases}$$

5. Descrivere il metodo di Newton-Raphson per l'approssimazione della radici di una funzione non lineare $f(x)$.

6. Ricavare l'espressione della formula di Simpson.

7. Ricavare le formule esplicite per gli elementi delle matrici L ed$U$ nella fattorizzazione LU di una matrice A.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
I Appello di Settembre 2008

Risolvere 5 dei seguenti quesiti (di cui 3 di Analisi Complessa):

1. Risolvere la seguente equazione differenziale del secondo ordine utilizzando la trasformata di Laplace:

$$\begin{cases} Y''(t) - 4Y'(t) + 5Y(t) = e^{2t} \\ Y(0) = 1, \ Y'(0) = 0. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integrale usando le trasformate di Laplace:

$$Y(t) = e^{2t} + 1 + 4\int_0^t \cos(2(t-u))Y(u)du.$$

3. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial t} = 9\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} \\ U(0,t) = U(3,t) = 0, & t \geq 0 \\ U_t(x,0) = x, & 0 \leq x \leq 3. \end{cases}$$

4. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier di soli seni della funzione:

$$F(x) = 1 - x^2, \qquad 0 \leq x \leq 1,$$

periodica di periodo 2.

5. Ricavare l'espressione dell'errore per il polinomio interpolante di Lagrange.

6. Ricavare le formule esplicite per il calcolo diretto della fattorizzazione LU.

7. Descrivere il metodo delle successive bisezioni evidenziando i motivi della convergenza.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
II Appello di Settembre 2008

Risolvere 5 dei seguenti quesiti (di cui 3 di Analisi Complessa):

1. Risolvere la seguente equazione differenziale del terzo ordine utilizzando le trasformate di Laplace:
$$Y'''(t) + 2Y''(t) + Y'(t) = 3e^t$$
soggetta alle condizioni iniziali $Y(0) = 2$ e $Y'(0) = Y''(0) = 0$.

2. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) + 9Y(t) = \cos(2t) \\ Y(0) = 0, \ Y(\pi/6) = 1. \end{cases}$$

3. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\frac{\partial U}{\partial t} = -2\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
con $0 \leq x \leq 4$, $t \geq 0$, e con condizioni iniziali $U_x(0,t) = U_x(4,t) = 0$, per $t \geq 0$, e $U(x,0) = x - 2$, per $0 \leq x \leq 4$.

4. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della seguente funzione:
$$F(x) = \begin{cases} x - 1 & -2 \leq x < -1 \\ 0 & -1 \leq x \leq 1 \\ x + 1 & 1 < x \leq 2. \end{cases}$$

5. Descrivere come si risolve numericamente un'equazione differenziale e scrivere l'espressione di un metodo numerico.

6. Definire la strategia di pivoting parziale per il metodo di eliminazione di Gauss e spiegarne l'utilità.

7. Definire il grado di precisione di una formula di quadratura e spiegare da cosa si può dedurlo.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
Appello di Novembre 2008

Risolvere 5 dei seguenti quesiti (di cui 3 di Analisi Complessa):

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:
$$Y''(t) + 4Y'(t) = F(t), \qquad Y(0) = 1,\ Y'(0) = -1$$
dove
$$F(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t \leq 2 \\ 1 & t > 2. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando la trasformata di Laplace:
$$Y(t) = t - 2\int_0^t \cos(\sqrt{2}u)Y(t-u)du.$$

3. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
in cui la funzione $U(x,t)$ è soggetta alle seguenti condizioni iniziali
$$\begin{cases} U(0,t) = U(1,t) = 0, & t \geq 0 \\ U(x,0) = \sin(4\pi x) + \sin(\pi x), & 0 \leq x \leq 1 \\ U_t(x,0) = 0, & 0 \leq x \leq 1. \end{cases}$$

4. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della seguente funzione:
$$F(x) = \begin{cases} 1 + x & -1 \leq x \leq 0 \\ 1 + x^2 & 0 < x \leq 1. \end{cases}$$
Dire se la serie converge ad $F(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.

5. Ricavare l'espressione della formula di Simpson e specificarne il grado di precisione.

6. Ricavare le formule esplicite per il calcolo diretto della fattorizzazione LU.

7. Descrivere il metodo delle successive bisezioni evidenziando i motivi della convergenza.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
I Appello di Febbraio 2009

Risolvere 5 dei seguenti quesiti (di cui 3 di Analisi Complessa):

1. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando le trasformate di Laplace:
$$Y(t) = t^2 + \int_0^t Y(u)e^{t-u}du.$$

2. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial t} = 9\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} \\ \\ U(0,t) = U(3,t) = 0, & t \geq 0 \\ U_t(x,0) = 3 - x, & 0 \leq x \leq 3. \end{cases}$$

3. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della seguente funzione:
$$F(x) = |1 + x| \qquad -2 \leq x \leq 2.$$
Specificare se la serie converge alla funzione $F(x)$ per ogni x reale.

4. Risolvere la seguente equazione differenziale del terzo ordine utilizzando le trasformate di Laplace:
$$3Y'''(t) - 4Y''(t) + Y'(t) = e^t$$
soggetta alle seguenti condizioni iniziali: $Y(0) = Y'(0) = 0$ e $Y''(0) = 1$.

5. Sia assegnata la seguente formula di quadratura di tipo interpolatorio:
$$\int_a^b f(x)dx \simeq \sum_{i=0}^{n} w_i f(x_i).$$
Definire il grado di precisione e spiegare perchè deve essere almeno pari ad n.

6. Si spieghi come si potrebbe utilizzare il metodo di eliminazione di Gauss per calcolare il determinante di una matrice quadrata di ordine n.

7. Si scriva la funzione iteratrice del metodo della direzione costante. Si deduca che il metodo non può convergere se $f'(\alpha)M < 0$.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
II Appello di Febbraio 2009

Risolvere 5 dei seguenti quesiti (di cui 3 di Analisi Complessa):

1. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) + 9Y(t) = \cos(2t) \\ Y(0) = 0,\ Y(\pi/6) = 1. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando la trasformata di Laplace:
$$Y(t) = te^t + \int_0^t uY(t-u)du.$$

3. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della seguente funzione:
$$F(x) = \begin{cases} x & -2 \leq x \leq 0 \\ 0 & 0 < x \leq 1 \\ x-1 & 1 < x \leq 2. \end{cases}$$
Specificare se la serie converge alla funzione $F(x)$ per ogni x reale.

4. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$4\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = -\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
in cui la funzione $U(x,t)$ è soggetta alle seguenti condizioni iniziali
$$\begin{cases} U_x(0,t) = U_x(\pi,t) = 0, & t \geq 0 \\ U(x,0) = x, & 0 \leq x \leq \pi \\ U_t(x,0) = 0, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

5. Spiegare brevemente perchè le formule dei trapezi e dei trapezi composta hanno lo stesso grado di precisione e perchè è comunque vantaggioso utilizzare la formula composta nonostante richieda un numero di operazioni superiore.

6. Definire le strategie di pivoting per il metodo di eliminazione di Gauss e spiegare perchè quella della di pivoting totale è più complessa.

7. Ricavare le formule esplicite per il calcolo diretto della fattorizzazione LU.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
Appello di Maggio 2009

Risolvere 5 dei seguenti quesiti (di cui 3 di Analisi Complessa):

1. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) - 3Y'(t) + 2Y(t) = e^t \\ Y(0) = 0, \ Y(1) = -e. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando le trasformate di Laplace:
$$Y(t) = e^{2t} + \int_0^t Y(u)(t-u)e^{t-u}du.$$

3. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial t} = 9\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} & \\ U_x(0,t) = U_x(3,t) = 0, & t \geq 0 \\ U(x,0) = x^2, & 0 \leq x \leq 3. \end{cases}$$

4. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della seguente funzione:
$$F(x) = \begin{cases} x+2 & -2 \leq x < -1 \\ 1 & -1 \leq x \leq 1 \\ -x+2 & 1 < x \leq 2. \end{cases}$$

5. Descrivere un metodo numerico per la risoluzione numerica di equazioni differenziali.

6. Si spieghi come si potrebbe utilizzare il metodo di eliminazione di Gauss per calcolare il determinante di una matrice quadrata di ordine n.

7. Sia assegnata la seguente formula di quadratura di tipo interpolatorio:
$$\int_a^b f(x)dx \simeq \sum_{i=0}^{n} w_i f(x_i).$$
Definire il grado di precisione e spiegare perchè deve essere almeno pari ad n.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
I Appello di Luglio 2009

Risolvere 5 dei seguenti quesiti (di cui 3 di Analisi Complessa):

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:
$$Y^{\text{iv}}(t) - Y''(t) = e^{3t} \qquad Y(0) = Y''(0) = 0,\ Y'(0) = Y'''(0) = 1.$$

2. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando le trasformate di Laplace:
$$Y(t) = 1 + te^t + 2\int_0^t Y(u)\cos(t-u)du.$$

3. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial t} = -\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} & \\ & \\ U_x(0,t) = U_x(1,t) = 0, & t \geq 0 \\ U(x,0) = \cos(5\pi x), & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

4. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della seguente funzione:
$$F(x) = \begin{cases} -x-1 & -2 \leq x \leq 0 \\ x & 0 < x \leq 2. \end{cases}$$
Dire se la serie converge alla funzione $F(x)$ in ogni punto.

5. Spiegare brevemente perchè le formule dei trapezi e dei trapezi composta hanno lo stesso grado di precisione e perchè è comunque vantaggioso utilizzare la formula composta nonostante richieda un numero di operazioni superiore.

6. Definire la strategia di pivoting parziale per il metodo di eliminazione di Gauss e spiegarne l'utilità.

7. Descrivere il metodo delle successive bisezioni evidenziando i motivi della convergenza.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
II Appello di Luglio 2009

Risolvere 5 dei seguenti quesiti (di cui 3 di Analisi Complessa):

1. Risolvere la seguente equazione integrale usando le trasformate di Laplace:
$$Y(t) = e^t + \int_0^t Y(u)\sin(t-u)du.$$

2. Risolvere la seguente equazione differenziale utilizzando le trasformate di Laplace:
$$Y''(t) - 3Y'(t) - 4Y(t) = F(t)$$
con condizioni iniziali $Y(0) = 0$ e $Y'(0) = 1$, e la funzione $F(t)$ è la seguente:
$$F(t) = \begin{cases} e^{-(t-1)} & t > 1 \\ \\ 0 & 0 \le t \le 1. \end{cases}$$

3. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della seguente funzione:
$$F(x) = |x-1| \qquad -2 \le x \le 2.$$
Specificare se la serie converge alla funzione $F(x)$ per ogni x reale.

4. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial t} = 9\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} & \\ \\ U(0,t) = U(3,t) = 0, & t \ge 0 \\ U_t(x,0) = 3 - x, & 0 \le x \le 3. \end{cases}$$

5. Ricavare le formule esplicite per il calcolo diretto della fattorizzazione LU.

6. Si scriva la funzione iteratrice del metodo della direzione costante. Si deduca che il metodo non può convergere se $f'(\alpha)M < 0$.

7. Si spieghi come si potrebbe utilizzare il metodo di eliminazione di Gauss per calcolare il determinante di una matrice quadrata di ordine n.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
I Appello di Settembre 2009

Risolvere 5 dei seguenti quesiti (di cui 3 di Analisi Complessa):

1. Risolvere la seguente equazione integro-differenziale utilizzando la trasformata di Laplace:

$$Y'(t) = 1 + e^{2t} - \int_0^t e^{2(t-u)} Y(u)du,$$

con condizione iniziale $Y(0) = 0$.

2. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$

in cui la funzione $U(x,t)$ è soggetta alle seguenti condizioni iniziali

$$\begin{cases} U_x(0,t) = U_x(1,t) = 0, & t \geq 0 \\ U(x,0) = x - 1, & 0 \leq x \leq 1 \\ U_t(x,0) = 0, & 0 \leq x \leq 1. \end{cases}$$

3. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:

$$\begin{cases} Y''(t) + 16Y(t) = \cos(2t) \\ Y(0) = 0, \ Y(\pi/8) = 0. \end{cases}$$

4. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della funzione $F(x) = x + 1$ per $-2 \leq x \leq 2$.

5. Sia assegnata la seguente formula di quadratura di tipo interpolatorio:

$$\int_a^b f(x)dx \simeq \sum_{i=0}^{n} w_i f(x_i).$$

Definire il grado di precisione e spiegare perchè deve essere almeno pari ad n.

6. Si descriva il metodo della direzione costante e si spieghi perchè richiede un costo computazionale inferiore rispetto al metodo di Newton-Raphson.

7. Ricavare le formule esplicite per il calcolo diretto della fattorizzazione LU.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
II Appello di Settembre 2009

Risolvere 5 dei seguenti quesiti (di cui 3 di Analisi Complessa):

1. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando la trasformata di Laplace:
$$Y(t) = te^{-2t} + 3\int_0^t \sinh(u)Y(t-u)du.$$

2. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial t} = -\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} & \\ U(0,t) = U(3,t) = 0, & t \geq 0 \\ U(x,0) = \sin(5\pi x) + \sin(\pi x), & 0 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

3. Determinare la soluzione della seguente equazione differenziale del terzo ordine utilizzando le trasformate di Laplace:
$$Y'''(t) + 2Y''(t) + Y'(t) = 3t,$$
soggetta alle condizioni iniziali $Y(0) = 0$ e $Y'(0) = Y''(0) = 1$.

4. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della funzione $F(x) = |x|$ per $-2 \leq x \leq 2$.

5. Descrivere le tecniche di Crout e Doolittle.

6. Si scriva la funzione iteratrice del metodo della direzione costante. Si deduca che il metodo non può convergere se $f'(\alpha)M < 0$.

7. Si spieghi come si potrebbe utilizzare il metodo di eliminazione di Gauss per calcolare il determinante di una matrice quadrata di ordine n.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
Appello di Novembre 2009

Risolvere 5 dei seguenti quesiti (di cui 3 di Analisi Complessa):

1. Risolvere la seguente equazione integro-differenziale utilizzando la trasformata di Laplace:
$$Y'(t) = t + 8\int_0^t \cos(2u)Y(t-u)du, \qquad Y(0) = 1.$$

2. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 U}{\partial t^2} = -\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} & \\ & \\ U_x(0,t) = U_x(\pi,t) = 0, & t \geq 0 \\ U(x,0) = x - \pi, & 0 \leq x \leq \pi \\ U_x(x,0) = 0, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

3. Determinare la soluzione della seguente equazione differenziale del terzo ordine utilizzando le trasformate di Laplace:
$$Y'''(t) - 2Y''(t) + Y'(t) = F(t), \qquad Y(0) = Y''(0) = 0,\ Y'(0) = -1,$$
dove
$$F(t) = \begin{cases} 0 & 0 < t < 1, \\ 1 & t \geq 1 \end{cases}$$

4. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della funzione $F(x) = 1 + |x+1|$ per $-2 \leq x \leq 2$.

5. Ricavare le formule esplicite per il calcolo diretto della fattorizzazione LU.

6. Descrivere il metodo delle successive bisezioni evidenziando i motivi della convergenza.

7. Definire le strategie di pivoting per il metodo di eliminazione di Gauss e spiegare perchè quella della di pivoting totale è più complessa.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica V.O.)
Appello di Dicembre 2009

Risolvere 5 dei seguenti quesiti (di cui 3 di Analisi Complessa):

1. Risolvere la seguente equazione integrale usando le trasformate di Laplace:

$$Y(t) = e^{2t} + 1 + 4\int_0^t \cos(2(t-u))Y(u)du.$$

2. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial t} = -\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} & \\ U_x(0,t) = U_x(\pi,t) = 0, & t \geq 0 \\ U(x,0) = \pi x, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

3. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:

$$\begin{cases} Y''(t) + 9Y(t) = \cos(2t) \\ Y(0) = 0,\ Y(\pi/6) = 1. \end{cases}$$

4. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della seguente funzione:

$$F(x) = \begin{cases} x+1 & 0 \leq x \leq 2 \\ x & -2 \leq x < 0. \end{cases}$$

5. Ricavare le formule esplicite per gli elementi delle matrici L ed$U$ nella fattorizzazione LU di una matrice A.

6. Descrivere il metodo di Newton-Raphson per l'approssimazione della radici di una funzione non lineare $f(x)$.

7. Ricavare l'espressione della formula di Simpson.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
Appello di Maggio 2010

Risolvere 5 dei seguenti quesiti (di cui 3 di Analisi Complessa):

1. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando le trasformate di Laplace:
$$Y(t) = e^{2t} + \int_0^t Y(u)(t-u)e^{t-u}du.$$

2. Risolvere la seguente equazione differenziale utilizzando le trasformate di Laplace:
$$Y''(t) - 3Y'(t) - 4Y(t) = F(t)$$
con condizioni iniziali $Y(0) = 0$ e $Y'(0) = 1$, e la funzione $F(t)$ è la seguente:
$$F(t) = \begin{cases} e^{-(t-1)} & t > 1 \\ 0 & 0 \leq t \leq 1. \end{cases}$$

3. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della funzione $F(x) = |x|$ per $-2 \leq x \leq 2$.

4. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$4\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = -\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
in cui la funzione $U(x,t)$ è soggetta alle seguenti condizioni iniziali
$$\begin{cases} U_x(0,t) = U_x(\pi,t) = 0, & t \geq 0 \\ U(x,0) = x, & 0 \leq x \leq \pi \\ U_t(x,0) = 0, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

5. Descrivere il metodo di Newton-Raphson per l'approssimazione della radici di una funzione non lineare $f(x)$.

6. Ricavare l'espressione della formula di Simpson.

7. Si spieghi come si potrebbe utilizzare il metodo di eliminazione di Gauss per calcolare il determinante di una matrice quadrata di ordine n.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
I Appello di Luglio 2010

Risolvere 4 dei seguenti quesiti (di cui 3 di Analisi Complessa):

1. Risolvere la seguente equazione integro-differenziale utilizzando la trasformata di Laplace:
$$Y'(t) = e^{2t} + 2\int_0^t \cos(\sqrt{2}u)Y(t-u)du, \qquad Y(0) = 4.$$

2. Risolvere la seguente equazione differenziale utilizzando le trasformate di Laplace:
$$Y'''(t) - Y'(t) = F(t)$$
con $Y(0) = 0$, $Y'(0) = 1$ e $Y''(0) = -1$ ed $F(t)$ uguale alla seguente funzione:
$$F(t) = \begin{cases} 0 & 0 \le t \le 1 \\ 1 & t > 1. \end{cases}$$

3. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della seguente funzione:
$$F(x) = |1 - x| \qquad -2 \le x \le 2.$$
Specificare se la serie converge alla funzione $F(x)$ per ogni x reale.

4. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} & \\ U(0,t) = U(1,t) = 0, & t \ge 0 \\ U(x,0) = \sin(3\pi x) + \sin(2\pi x), & 0 \le x \le 1 \\ U_t(x,0) = 0, & 0 \le x \le 1. \end{cases}$$

5. Definire il grado di precisione di una formula di quadratura di tipo interpolatorio costruita su $n+1$ nodi e spiegare perchè deve essere almeno pari ad n.

6. Definire la strategia di pivoting parziale e spiegare perchè, applicandola, i moltiplicatori sono, in modulo, minori di o uguali a 1.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
II Appello di Luglio 2010

Risolvere 4 dei seguenti quesiti (di cui 3 di Analisi Complessa):

1. Risolvere la seguente equazione integrale usando le trasformate di Laplace:
$$Y(t) = e^t + \int_0^t Y(u)\sin(t-u)du.$$

2. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della seguente funzione:
$$F(x) = \begin{cases} 1 & -2 \leq x \leq 0 \\ 1+x & 0 < x \leq 2. \end{cases}$$
Specificare se la serie converge alla funzione $F(x)$ in ogni punto x.

3. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial t} = -\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} & \\ U_x(0,t) = U_x(\pi,t) = 0, & t \geq 0 \\ U(x,0) = x, & 0 \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

4. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) - 3Y'(t) + 2Y(t) = e^t \\ Y(0) = 0,\ Y(1) = -e. \end{cases}$$

5. Spiegare perchè il polinomio interpolante di Lagrange soddisfa le condizioni di interpolazione.

6. Si spieghi come si potrebbe utilizzare il metodo di eliminazione di Gauss per calcolare il determinante di una matrice quadrata di ordine n.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
I Appello di Settembre 2010

Risolvere 4 dei seguenti quesiti (di cui 3 di Analisi Complessa):

1. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) - 4Y'(t) + 4Y(t) = e^t \\ Y(0) = 0,\ Y(1) = 0. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando le trasformate di Laplace:
$$Y(t) = 1 + te^t + 2\int_0^t Y(u)\cos(t-u)du.$$

3. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial t} = \dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} \\ U_x(0,t) = U_x(1,t) = 0, & t \geq 0 \\ U(x,0) = \cos(5\pi x), & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

4. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della seguente funzione:
$$F(x) = |x^2 - 1| \qquad -2 \leq x \leq 2.$$

5. Descrivere la formula del trapezio.

6. Ricavare l'espressione del $k-$esimo polinomio fondamentale di Lagrange.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
II Appello di Settembre 2010

Risolvere 4 dei seguenti quesiti (di cui 3 di Analisi Complessa):

1. Risolvere la seguente equazione integro-differenziale utilizzando la trasformata di Laplace:
$$Y'(t) = 1 + e^{2t} - \int_0^t e^{2(t-u)} Y(u) du,$$
con condizione iniziale $Y(0) = 0$.

2. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
in cui la funzione $U(x,t)$ è soggetta alle seguenti condizioni iniziali
$$\begin{cases} U_x(0,t) = U_x(1,t) = 0, & t \geq 0 \\ U(x,0) = x - 1, & 0 \leq x \leq 1 \\ U_t(x,0) = 0, & 0 \leq x \leq 1. \end{cases}$$

3. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) + 16Y(t) = \cos(2t) \\ Y(0) = 0, \; Y(\pi/8) = 0. \end{cases}$$

4. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della funzione $F(x) = x + 1$ per $-2 \leq x \leq 2$.

5. Sia assegnata la seguente formula di quadratura di tipo interpolatorio:
$$\int_a^b f(x)dx \simeq \sum_{i=0}^{n} w_i f(x_i).$$
Definire il grado di precisione e spiegare perchè deve essere almeno pari ad n.

6. Spiegare perchè il polinomio interpolante di Lagrange soddisfa le condizioni di interpolazione.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
Appello di Dicembre 2010

Risolvere 4 dei seguenti quesiti (di cui 3 di Analisi Complessa):

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:

$$Y''(t) + 4Y'(t) = F(t), \qquad Y(0) = 1,\ Y'(0) = -1$$

dove

$$F(t) = \begin{cases} 0 & 0 \le t \le 2 \\ 1 & t > 2. \end{cases}$$

2. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:

$$\begin{cases} Y''(t) - 3Y'(t) + 2Y(t) = e^t \\ Y(0) = 0,\ Y(1) = -e. \end{cases}$$

3. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial t} = -4\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} & \\ U_x(0,t) = U_x(1,t) = 0, & t \ge 0 \\ U(x,0) = 3\cos(\pi x) - \cos(2\pi x), & 0 \le x \le 1 \end{cases}$$

4. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della seguente funzione:

$$F(x) = |x-1| \qquad -2 \le x \le 2.$$

5. Descrivere la formula del trapezio.

6. Ricavare l'espressione del $k-$esimo polinomio fondamentale di Lagrange.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
Appello di Febbraio 2011

Risolvere 4 dei seguenti quesiti (di cui 3 di Analisi Complessa):

1. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) + 9Y(t) = \cos(2t) \\ Y(0) = 0, \ Y(\pi/6) = 1. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integro-differenziale utilizzando la trasformata di Laplace:
$$Y'(t) = e^{2t} + 2\int_0^t \cos(\sqrt{2}u)Y(t-u)du, \qquad Y(0) = 4.$$

3. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial t} = \dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} \\ U(0,t) = U(1,t) = 0, & t \geq 0 \\ U(x,0) = \sin(3\pi x) + \sin(2\pi x), & 0 \leq x \leq 1. \end{cases}$$

4. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della seguente funzione:
$$F(x) = x - 1 \qquad -2 \leq x \leq 2.$$

5. Descrivere la formula del trapezio.

6. Spiegare perchè il polinomio interpolante di Lagrange soddisfa le condizioni di interpolazione.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
(Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrica)
Appello di Maggio 2011

Risolvere 4 dei seguenti quesiti (di cui 3 di Analisi Complessa):

1. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) - 3Y'(t) + 2Y(t) = e^t \\ Y(0) = 0, \ Y(1) = -e. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integro-differenziale utilizzando la trasformata di Laplace:
$$Y'(t) = t + 8\int_0^t \cos(2u)Y(t-u)du, \qquad Y(0) = 1.$$

3. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della seguente funzione:
$$F(x) = |x-1| \qquad -2 \le x \le 2.$$
Specificare se la serie converge alla funzione $F(x)$ per ogni x reale.

4. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 U}{\partial t^2} = -\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} & \\ U_x(0,t) = U_x(1,t) = 0, & t \ge 0 \\ U(x,0) = 3\cos(\pi x) - \cos(2\pi x), & 0 \le x \le 1 \\ U_t(x,0) = 0, & 0 \le x \le 1 \end{cases}$$

5. Si spieghi come si potrebbe utilizzare il metodo di eliminazione di Gauss per calcolare il determinante di una matrice quadrata di ordine n.

6. Definire la strategia di pivoting parziale e spiegare perchè, applicandola, i moltiplicatori sono, in modulo, minori di o uguali a 1.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
I Appello di Luglio 2011

Risolvere 3 dei seguenti 4 quesiti:

1. Risolvere la seguente equazione differenziale ordinaria applicando le trasformate di Laplace:
$$Y'''(t) - 2Y''(t) = e^{2t}, \qquad Y(0) = 0,\ Y'(0) = Y''(0) = 1.$$

2. Risolvere la seguente equazione integrale applicando le trasformate di Laplace:
$$Y(t) = e^t - 5\int_0^t \sin(t-u)Y(u)du.$$

3. Determinare lo sviluppo in serie di Fourier della funzione
$$F(x) = |2x| - 1,$$
periodica di periodo 2.

4. Applicare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali
$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 4\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
con condizioni iniziali $U_x(0,t) = U_x(6,t) = 0$, e inoltre
$$U(x,0) = x, \qquad U_t(x,0) = 0, \qquad 0 \leq x \leq 6.$$

Risolvere i seguenti quesiti di Calcolo:

1. Assunta vera la relazione
$$E_n = \int_a^b f(x)dx - T_n = -\frac{1}{12}h^3 \sum_{i=0}^{n-1} f''(\mu_i), \qquad \mu_i \in [x_i, x_{i+1}],$$
giustificare la tecnica di Romberg.

2. Applicare la tecnica di Romberg stabilita al punto 1 per approssimare a tre cifre decimali l'integrale

$$I = \int_0^{\pi} x \cos(x) dx$$

utilizzando i passi di integrazione $h = \pi$ e $h = \pi/2$.

3. Si assuma ora che l'integrale da stimare con la tecnica di Romberg e passi h ed $h/2$ sia

$$I = \int_0^{h} f(x) dx$$

e dunque $I \simeq T_2 + E_2$. Riconoscere che $T_2 + E_2$ è una formula di quadratura interpolatoria.

4. Costruire il polinomio di Newton interpolante il grafico discreto

$$\{(-2, -8),\ (0, 0),\ (1, 1),\ (4, 64),\ (5, 125)\}.$$

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
II Appello di Luglio 2011

Risolvere 3 dei seguenti 4 quesiti:

1. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando le trasformate di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) - 2Y'(t) + 2Y(t) = t \\ Y(0) = 0,\ Y(\pi/2) = \pi/4. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione differenziale del secondo ordine applicando le trasformate di Laplace:
$$2Y''(t) - 3Y'(t) + Y(t) = F(t), \qquad Y(0) = 1,\ Y'(0) = 0$$
dove $F(t)$ è una funzione che ammette $f(s)$ come trasformata di Laplace.

3. Determinare lo sviluppo in serie di Fourier della funzione:
$$F(x) = \begin{cases} -x & -1 \le x \le 0 \\ 1 & 0 < x \le 1, \end{cases}$$
periodica di periodo 2, ed indicarne l'insieme di convergenza.

4. Applicare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:
$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{1}{4}\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
con condizioni iniziali $U(0,t) = U(2,t) = 0$, per $t \ge 0$, e inoltre
$$U(x,0) = \sin(4\pi x) + 2\sin(8\pi x), \qquad 0 \le x \le 2.$$

Risolvere i seguenti quesiti di Calcolo:

1. Utilizzando il metodo di eliminazione di Gauss determinare l'inversa della matrice:
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -2 & 4 & -1 \\ -2 & 5 & -4 \end{bmatrix}.$$

2. Assegnata l'equazione differenziale

$$y'(t) = e^{-y/2}, \qquad y(0) = 1,$$

approssimare il valore $y(0.1)$ utilizzando il metodo dei trapezi con passo $h = 1/10$. Innescare il metodo di Newton scegliendo come valore $y_1^{(0)}$ quello fornito dal primo passo del metodo di Eulero esplicito.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
I Appello di Settembre 2011

Risolvere 3 dei seguenti quesiti:

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:

$$Y''(t) + 4Y'(t) = F(t), \qquad Y(0) = 1,\ Y'(0) = -1$$

dove

$$F(t) = \begin{cases} 0 & 0 \le t \le 2 \\ 1 & t > 2. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando le trasformate di Laplace:

$$Y(t) = 1 + te^t + 2\int_0^t Y(u)\cos(t-u)du.$$

3. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della seguente funzione:

$$F(x) = |x^2 - 1| \qquad -2 \le x \le 2.$$

4. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial t} = -\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} & \\ U_x(0,t) = U_x(\pi,t) = 0, & t \ge 0 \\ U(x,0) = x, & 0 \le x \le \pi. \end{cases}$$

Risolvere il seguente quesito di Calcolo Numerico:

1. Assegnato il grafico discreto $(x_i, f(x_i))$, $i = 0, \dots, n$, è noto che la spline cubica naturale interpolante è data da:

$$S_{[x_i,x_{i+1}]}(x) = \frac{M_{i+1}^*}{h_i}\,\frac{(x-x_i)^3}{6} - \frac{M_i^*}{h_i}\,\frac{(x-x_{i+1})^3}{6} + \alpha_i^*(x-x_i) + \beta_i^*$$

dove:

$$\begin{aligned} \alpha_i^* &= f[x_i, x_{i+1}] + \frac{h_i}{6}(M_i^* - M_{i+1}^*) \\ \beta_i^* &= f(x_i) - \frac{h_i^2}{6}M_i^* \\ h_i &= x_{i+1} - x_i, \quad i = 0, \dots, n-1, \end{aligned}$$

inoltre $M_0^* = M_n^* = 0$, mentre i valori M_i^*, $i = 1, \dots, n-1$, sono soluzione di un opportuno sistema lineare. Ciò premesso, assegnate le coppie di punti

$$(0, 0), (1, 2), (2, 3), (3, 5), (4, 3), (5, 0)$$

a) valutare la spline interpolante nel punto $x = 1.5$;

b) verificare la continuità della spline e delle sue derivate prima e seconda nel nodo $x = 1$.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
II Appello di Settembre 2011

Risolvere 3 dei seguenti quesiti:

1. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) + 9Y(t) = \sin t \\ Y(0) = 1,\ Y(\pi/2) = 0. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integro-differenziale utilizzando la trasformata di Laplace:
$$Y'(t) = e^t + 2\int_0^t \cos(\sqrt{2}u)Y(t-u)du, \qquad Y(0) = 1.$$

3. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della seguente funzione:
$$F(x) = \begin{cases} 1 & -2 \le x \le 0 \\ 1 - x & 0 < x \le 2. \end{cases}$$
Specificare se la serie converge alla funzione $F(x)$ in ogni punto x.

4. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial t} = 9\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} \\ U(0,t) = U(3,t) = 0, & t \ge 0 \\ U_t(x,0) = x - 1, & 0 \le x \le 3. \end{cases}$$

Risolvere il seguente quesito di Calcolo Numerico:

1. Assegnate le coppie di punti

$$(x_i, y_i), i = 0, \dots, n, \qquad (x_i, y_i'), i = 0, \dots, n, \qquad x_i \neq x_j,\ i \neq j$$

   trovare il polinomio interpolante di Hermite soddisfacente le condizioni assegnate.

2. Applicare le formule trovate al punto precedente per determinare il polinomio di terzo grado soddisfacente i seguenti requisiti:

x_i	y_i	y_i'
0	0	0
1	1	1

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Novembre 2011

Risolvere 3 dei seguenti quesiti:

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:
$$Y''(t) - 4Y'(t) + 4Y(t) = \cosh t$$
con condizioni iniziali $Y(0) = 0$ e $Y'(0) = 1$.

2. Risolvere la seguente equazione integro-differenziale utilizzando la trasformata di Laplace:
$$Y'(t) + 5\int_0^t \cos 2(t-u)Y(u)du = 10, \qquad Y(0) = -1.$$

3. Applicare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:
$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
con condizioni iniziali $U(0,t) = U(6,t) = 0$, per $t \geq 0$, e inoltre
$$U_t(x,0) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & 2 \leq x \leq 6. \end{cases}$$

4. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della seguente funzione:
$$F(x) = |x+1| \qquad -2 \leq x \leq 2,$$
periodica di periodo 4.

Risolvere il seguente quesito di Calcolo:

1. Assegnata l'equazione differenziale
$$y'(t) = e^{-ty}, \qquad y(0) = 1,$$
approssimare il valore $y(2)$ utilizzando la formula trapezoidale con passo $h = 1$. Innescare il metodo di Newton scegliendo come valore iniziale quello fornito dal metodo di Eulero esplicito ed accettare come approssimazione il valore calcolato dalla prima iterata del metodo di Newton.

Esame di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Esonero del 21 Novembre 2011

Risolvere 3 dei seguenti quesiti:

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione integrale:
$$Y(t) = 1 + \cos t - 3\int_0^t Y(u)\sin(t-u)du.$$

2. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:
$$8Y'''(t) - 6Y''(t) + Y'(t) = F(t), \qquad Y(0) = 0,\ Y'(0) = Y''(0) = -1$$
dove
$$F(t) = \begin{cases} 0 & 0 \le t \le 3 \\ 1 & t > 3. \end{cases}$$

3. Applicare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:
$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = -4\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
con condizioni iniziali $U(0,t) = U(2,t) = 0$, per $t \ge 0$, e inoltre
$$U(x,0) = x^2, \qquad U_t(x,0) = 2x, \qquad 0 \le x \le 2.$$

4. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della seguente funzione:
$$F(x) = x|x-1| \qquad -2 \le x \le 2,$$
periodica di periodo 4, specificando se ci sono valori di x per i quali la serie non converge al valore della funzione.

Esame di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Esonero del 28 Novembre 2011

Risolvere 3 dei seguenti quesiti:

1. Applicare le trasformate di Laplace per risolvere il seguente problema ai limiti:
$$\begin{cases} Y''(t) - 2Y'(t) + 2Y(t) = t \\ \\ Y(0) = 0, \qquad Y(\pi/2) = \pi/4. \end{cases}$$

2. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale del terzo ordine:
$$2Y'''(t) - 3Y''(t) + Y'(t) = F(t),$$
con condizioni iniziali
$$Y(0) = 1, \; Y'(0) = 0, \; Y''(0) = -1$$
dove $F(t)$ e' una funzione che ammette $f(s)$ come trasformata di Laplace.

3. Determinare lo sviluppo in serie di Fourier della seguente funzione:
$$F(x) = |x^2 - 1| \qquad -2 \leq x \leq 2,$$
periodica di periodo 4, indicando in quali punti la serie non converge alla funzione.

4. Applicare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:
$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = -\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
con condizioni iniziali $U(0, t) = U(3, t) = 0$, per $t \geq 0$, e inoltre
$$U(x, 0) = \sin 3\pi x + 2 \sin 5\pi x, \qquad 0 \leq x \leq 3,$$
e $U_t(x, 0) = 0$, per $0 \leq x \leq 3$.

II Esonero Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Febbraio 2012

1. **a.** Scrivere la definizione di ordine di convergenza della successione $\{x_k\}$ definita dal metodo di iterazione funzionale

$$x_{k+1} = g(x_k);$$

b. Supponendo che una successione abbia ordine di convergenza $p > 1$, enunciare il teorema che caratterizza la relazione con le derivate della funzione iteratrice calcolate nella radice α;
c. Scrivere la funzione iteratrice del seguente metodo

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \left(1 + \frac{f(x_k)f''(x_k)}{2[f'(x_k)]^2} \right)$$

e, utilizzando il risultato richiamato al punto precedente, dedurre che l'ordine della successione è almeno uguale a quella definito dal metodo di Newton-Raphson se $f(\alpha) = 0$ ed $f'(\alpha) \neq 0$.

2. Calcolare il determinante della seguente matrice utilizzando il metodo di eliminazione di Gauss:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -4 & 4 & 2 \\ 1 & 6 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & -5 & 1 \end{bmatrix}$$

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
I Appello di Febbraio 2012

Risolvere 3 dei primi 4 quesiti più gli ultimi due:

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:
$$4Y''(t) - 4Y'(t) + Y(t) = F(t)$$
con condizioni iniziali $Y(0) = 1$ e $Y'(0) = 0$, in cui $F(t)$ è una funzione che ammette $f(s)$ come trasformata di Laplace.

2. Risolvere il seguente problema ai limiti applicando le trasformate di Laplace:
$$Y''(t) + 16Y(t) = 1, \qquad Y(0) = 1,\ Y(\pi/8) = 1.$$

3. Applicare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:
$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
con condizioni iniziali $U_x(0,t) = U_x(1,t) = 0$, per $t \geq 0$, e inoltre
$$U(x,0) = x,\ 0 \leq x \leq 1, \qquad U_t(x,0) = 0,\ 0 \leq x \leq 1.$$

4. Calcolare la trasformata finita seno della funzione:
$$F(x) = |x-1| \qquad 0 \leq x \leq 2.$$

5. Calcolare la fattorizzazione LU della matrice
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -3 \\ -1 & -1 & -2 \end{bmatrix}$$
utilizzando la tecnica di Crout.

6. Scrivere l'espressione della formula di Simpson. Da cosa si deduce che ha grado di precisione 3?

Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
II Appello Febbraio 2012

Rispondere a tre dei primi quattro quesiti ed agli ultimi due.

1. Risolvere la seguente equazione integrale usando le trasformate di Laplace:
$$Y(t) = e^t + \int_0^t Y(u)\sin(t-u)du.$$

2. Applicare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:
$$Y''(t) + 4Y'(t) = F(t), \qquad Y(0) = 1,\ Y'(0) = -1$$
dove
$$F(t) = \begin{cases} 0 & 0 \le t \le 2 \\ 1 & t > 2. \end{cases}$$

3. Determinare lo sviluppo in serie di Fourier della funzione
$$F(x) = 1 + |x|, \qquad -1 \le x \le 1.$$
periodica di periodo 2. La serie converge per ogni $x \in \mathbb{R}$?

4. Applicare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:
$$\frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
con condizioni iniziali $U(0,t) = U(2,t) = 0$, per $t \ge 0$, e inoltre
$$U(x,0) = \sin(4\pi x) + \sin(2\pi x), \qquad 0 \le x \le 2.$$

5. Calcolare la prima colonna dell'inversa della seguente matrice utilizzando il metodo di eliminazione di Gauss:
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 5 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

6. Spiegare perchè il grado di precisione di una formula di quadratura di tipo interpolatorio q è maggiore o uguale rispetto al valore n (grado del polinomio interpolante).

Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Maggio 2012

Rispondere a tre dei primi quattro quesiti ed agli ultimi due.

1. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) + 4Y(t) = \sin t \\ Y(0) = 1,\ Y(\pi/6) = 1/2. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione differenziale del secondo ordine applicando le trasformate di Laplace:
$$Y'''(t) - 2Y''(t) = tF(t), \qquad Y(0) = 0,\ Y'(0) = Y''(0) = 1$$
dove $F(t)$ è una funzione che ammette $f(s)$, funzione continua e con derivata prima continua $f'(s)$, come trasformata di Laplace.

3. Determinare lo sviluppo in serie di Fourier della funzione
$$F(x) = |x-1|, \qquad -2 \leq x \leq 2.$$
periodica di periodo 4. La serie converge per ogni $x \in \mathbb{R}$?

4. Applicare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:
$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = -\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
con condizioni iniziali $U_x(0,t) = U_x(4,t) = 0$, per $t \geq 0$, e inoltre
$$U(x,0) = |x-1|, \quad 0 \leq x \leq 4, \qquad U_t(x,0) = 0, \qquad 0 \leq x \leq 4.$$

5. Applicare il metodo di eliminazione di Gauss con pivoting totale per risolvere il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, dove
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 10 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

6. Calcolare in $x = 1$ il valore del polinomio di Lagrange interpolante i punti
$$(0,-1),\ (2,0),\ (3,-1),\ (4,1).$$

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
I Appello di Luglio 2012

Risolvere 3 dei primi 4 quesiti più gli ultimi due:

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:
$$Y''(t) - 2Y'(t) + Y(t) = 2e^t + 1$$
con condizioni iniziali $Y(0) = 0$ e $Y'(0) = 1$.

2. Risolvere la seguente equazione integro-differenziale applicando le trasformate di Laplace:
$$Y'(t) = \sin t - 5\int_0^t e^{2(t-u)}Y(u)du, \qquad Y(0) = 1.$$

3. Applicare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:
$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = -\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
con condizioni iniziali $U_x(0,t) = U_x(\pi,t) = 0$, per $t \geq 0$, e inoltre
$$U(x,0) = \cos 16x + \cos 7x, \qquad U_t(x,0) = 0, \quad 0 \leq x \leq \pi.$$

4. Calcolare lo sviluppo in serie di Fourier della funzione:
$$F(x) = |x^2 - 1| \qquad -2 \leq x \leq 2$$
specificando l'intervallo di convergenza.

5. Calcolare il determinate della matrice
$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 5 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
utilizzando il metodo di eliminazione di Gauss.

6. Scrivere l'espressione del metodo di Newton-Raphson applicato alla funzione
$$f(x) = \sin x - e^{-x^2}.$$
ed indicare il valore iniziale x_0 che si potrebbe utilizzare volendo approssimare la più piccola radice positiva. Determinare un intervallo in cui potrebbe essere applicato il metodo di bisezione per approssimare la stessa radice.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
II Appello di Luglio 2012

Risolvere 3 dei primi 4 quesiti più gli ultimi due:

1. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) - 3Y'(t) + 2Y(t) = e^t \\ Y(0) = 0,\ Y(1) = -e. \end{cases}$$

2. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione integrale:
$$Y(t) = F(t) + \int_0^t Y(t-u)du,$$
dove
$$F(t) = \begin{cases} 0 & 0 \le t \le 1 \\ 1 & t > 1. \end{cases}$$

3. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 4\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
in cui la funzione $U(x,t)$ è soggetta alle condizioni iniziali $U(0,t) = U(2,t) = 0$ per $t \ge 0$, e
$$U(x,0) = 0, \qquad U_t(x,0) = x - 2, \quad 0 \le x \le 2.$$

4. Calcolare lo sviluppo in serie di Fourier della funzione:
$$F(x) = |x+1| \qquad -2 \le x \le 2$$
specificando l'insieme dei punti in cui la serie non converge alla funzione.

5. Calcolare la prima colonna dell'inversa della seguente matrice utilizzando il metodo di eliminazione di Gauss:
$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

6. Spiegare perchè il grado di precisione di una formula di quadratura di tipo interpolatorio q è maggiore o uguale rispetto al valore n (grado del polinomio interpolante).

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
I Appello di Settembre 2012

Risolvere 3 dei primi 4 quesiti più gli ultimi due:

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale del terzo ordine:

$$2Y'''(t) - 3Y''(t) + Y'(t) = e^t,$$

con condizioni iniziali $Y(0) = 0,\ Y'(0) = 1,\ Y''(0) = 0.$

2. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale del terzo ordine:

$$Y'''(t) - 2Y''(t) - 3Y'(t) = F(t),$$

con condizioni iniziali

$$Y(0) = 1,\ Y'(0) = 0,\ Y''(0) = -1$$

dove $F(t)$ e' una funzione che ammette $f(s)$ come trasformata di Laplace.

3. Calcolare la trasformata finita seno della seguente funzione:

$$F(x) = |x| \qquad 0 \leq x \leq 2.$$

4. Applicare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$

con condizioni iniziali $U(0,t) = U(6,t) = 0$, per $t \geq 0$, e inoltre

$$U_t(x,0) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & 2 \leq x \leq 6. \end{cases}$$

5. Calcolare in $x = 1$ il valore del polinomio di Lagrange interpolante i punti

$$(0,-1),\ (2,0),\ (3,-1),\ (4,1),\ (5,0).$$

6. Spiegare perchè la formula di Simpson ha grado di precisione 3.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
II Appello di Settembre 2012

Risolvere 3 dei primi 4 quesiti più gli ultimi due:

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:
$$Y''(t) + 4Y'(t) = F(t), \qquad Y(0) = 1,\ Y'(0) = -1$$
dove
$$F(t) = \begin{cases} 0 & 0 \le t < 2 \\ 1 & t \ge 2. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integrale applicando le trasformate di Laplace:
$$Y(t) = e^t - 5\int_0^t \sin 2(t-u)Y(u)du.$$

3. Applicare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:
$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{1}{4}\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
con condizioni iniziali $U(0,t) = U(3,t) = 0$, per $t \ge 0$, e inoltre
$$U(x,0) = \sin(3\pi x) + \sin(4\pi x), \qquad 0 \le x \le 3.$$

4. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della seguente funzione:
$$F(x) = |x+1| \qquad -2 \le x \le 2,$$
periodica di periodo 4.

5. Calcolare il determinante della seguente matrice utilizzando il metodo di eliminazione di Gauss:
$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 1 & 4 & 2 \\ -1 & 3 & -3 \end{bmatrix}.$$

6. Descrivere la formula del trapezio composta.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Novembre 2012

Risolvere 3 dei primi 4 quesiti più gli ultimi due:

1. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} 4Y''(t) + Y(t) = \sin 2t \\ Y(0) = 0,\ Y(\pi) = 1. \end{cases}$$

2. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:
$$4Y''(t) - 4Y'(t) + Y(t) = F(t)$$
con condizioni iniziali $Y(0) = -1$ e $Y'(0) = 1$, in cui $F(t)$ è una funzione che ammette $f(s)$ come trasformata di Laplace.

3. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\frac{\partial U}{\partial t} = 4\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
con $U(x,t)$ soggetta alle condizioni iniziali $U(0,t) = U(4,t) = 0$ per $t \geq 0$, e
$$U_t(x,0) = x - 2, \quad 0 \leq x \leq 4.$$

4. Calcolare la trasformata coseno di Fourier della funzione periodica
$$F(x) = |x - 1|$$
di periodo 6.

5. Calcolare il determinante della seguente matrice utilizzando il metodo di eliminazione di Gauss:
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 4 & 4 \\ 2 & -3 & 6 & 0 \end{bmatrix}.$$

6. Calcolare in $x = 1$ il valore del polinomio di Lagrange interpolante i punti
$$(0,-1),\ (2,0),\ (3,-1),\ (4,1).$$

Esame di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Esonero di Dicembre 2012

Risolvere 3 dei seguenti esercizi.

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:

$$2Y'''(t) - 5Y''(t) + 3Y'(t) = F(t), \qquad Y(0) = 0,\ Y'(0) = Y''(0) = 1$$

   e dove

$$F(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t < 2 \\ 1 & t \geq 2. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integrale applicando le trasformate di Laplace:

$$Y(t) = te^{2t} + 3 \int_0^t \sinh(t-u)Y(u)du.$$

3. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della funzione

$$F(x) = |x| - 1 \qquad -2 \leq x \leq 2,$$

   periodica di periodo 4, specificando se tale serie converge alla funzione $F(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.

4. Applicare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = -9 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$

   con condizioni iniziali $U_x(0,t) = U_x(6,t) = 0$, per $t \geq 0$, e inoltre

$$U(x,0) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & 3 < x \leq 6 \end{cases}$$

   e $U_t(x,0) = 0$ per $0 \leq x \leq 6$.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
I Appello di Febbraio 2013

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:
$$4Y''(t) - 4Y'(t) + Y(t) = F(t)$$
con condizioni iniziali $Y(0) = 1$ e $Y'(0) = 0$, in cui $F(t)$ è una funzione che ammette $f(s)$ come trasformata di Laplace.

2. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} & \\ U(0,t) = U(1,t) = 0, & t \geq 0 \\ U(x,0) = \sin(3\pi x), & 0 \leq x \leq 1 \\ U_t(x,0) = 0, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

3. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della funzione
$$F(x) = |x - 1|$$
periodica di periodo 6, specificando in quali punti la serie converge alla funzione $F(x)$.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
II Appello di Febbraio 2013

1. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) - 3Y'(t) + 2Y(t) = e^t \\ Y(0) = 0, \ Y(1) = -e. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando le trasformate di Laplace:
$$Y(t) = e^{2t} + \int_0^t Y(u)(t-u)e^{t-u}du.$$

3. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\frac{\partial U}{\partial t} = -4\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
con condizioni iniziali $U_x(0,t) = U_x(4,t) = 0$, per $t \geq 0$, e inoltre
$$U(x,0) = 4 - x, \quad 0 \leq x \leq 4.$$

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Aprile 2013

1. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) - 3Y'(t) + 2Y(t) = e^t \\ Y(0) = 0,\ Y(1) = -e. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integro-differenziale applicando le trasformate di Laplace:
$$Y'(t) = \sin t - 5\int_0^t e^{2(t-u)}Y(u)du, \qquad Y(0) = 1.$$

3. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della seguente funzione:
$$F(x) = 2x + |x| \qquad -1 \leq x \leq 1,$$
periodica di periodo 2, specificando l'insieme di convergenza.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Maggio 2013

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale ordinaria:

$$Y'''(t) - 2Y''(t) + Y'(t) = e^t + F(t),$$

con $Y(0) = 0, Y'(0) = 1$ e $Y''(0) = -1$, e

$$F(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t < 1 \\ 1 & t \geq 1. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 4\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$

in cui la funzione $U(x,t)$ è soggetta alle condizioni iniziali $U(0,t) = U(2,t) = 0$ per $t \geq 0$, e

$$U(x,0) = 0, \qquad U_t(x,0) = x + 2, \quad 0 \leq x \leq 2.$$

3. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della seguente funzione:

$$F(x) = x + |x-1| \qquad -2 \leq x \leq 2,$$

periodica di periodo 4, specificando l'insieme di convergenza.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
I Appello Luglio 2013

1. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) - 3Y'(t) + 2Y(t) = e^t \\ Y(0) = 1, \ Y(1) = e. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integrale applicando le trasformate di Laplace:
$$Y(t) = \int_0^t e^u du + \int_0^t \sin(t-u)Y(u)du.$$

3. Tracciare il grafico del prolungamento periodico dispari della funzione
$$F(x) = |1-x|, \qquad 0 \le x \le 3$$
e calcolarne la trasformata finita seno di Fourier.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
II Appello Luglio 2013

1. Risolvere la seguente equazione differenziale del terzo ordine applicando le trasformate di Laplace:

$$2Y'''(t) - 3Y''(t) + Y'(t) = F(t), \qquad Y(0) = 1,\ Y'(0) = Y''(0) = 0$$

dove $F(t)$ è una funzione che ammette $f(s)$ come trasformata di Laplace.

2. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:

$$Y''(t) - 4Y'(t) + 4Y(t) = \cosh t$$

con condizioni iniziali $Y(0) = 0$ e $Y'(0) = 1$.

3. Utilizzare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = 4\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$

con $0 \leq x \leq 2$, $t \geq 0$ e soggetta alle seguenti condizioni iniziali:

$$\frac{\partial U(0,t)}{\partial x} = \frac{\partial U(2,t)}{\partial x} = 0, \qquad U(x,0) = |x-1|, \quad 0 \leq x \leq 2.$$

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
I Appello Settembre 2013

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:

$$2Y'''(t) - 5Y''(t) + 3Y'(t) = F(t), \qquad Y(0) = 0,\ Y'(0) = Y''(0) = 1$$

   e dove

$$F(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t < 2 \\ 1 & t \geq 2. \end{cases}$$

2. Applicare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{1}{4}\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$

   con condizioni iniziali $U(0,t) = U(3,t) = 0$, per $t \geq 0$, e inoltre

$$U(x,0) = \sin(3\pi x) + \sin(4\pi x), \qquad 0 \leq x \leq 3.$$

3. Calcolare lo sviluppo in serie di Fourier della funzione:

$$F(x) = 1 + |x| + x \qquad -1 \leq x \leq 1$$

   specificando l'insieme dei punti in cui la serie non converge ad $F(x)$.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
II Appello Settembre 2013

1. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} 4Y''(t) + Y(t) = \sin 2t \\ Y(0) = 0, \; Y(\pi) = 1. \end{cases}$$

2. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della funzione
$$F(x) = |x| + 1 \qquad -2 \leq x \leq 2,$$
periodica di periodo 4, specificando se tale serie converge alla funzione $F(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.

3. Applicare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:
$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = -9\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
con condizioni iniziali $U_x(0,t) = U_x(6,t) = 0$, per $t \geq 0$, e inoltre
$$U(x,0) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & 3 < x \leq 6 \end{cases}$$
e $U_t(x,0) = 0$ per $0 \leq x \leq 6$.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Novembre 2013

1. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) - 2Y'(t) + 2Y(t) = e^{2t} \\ Y(0) = 0,\ Y(\pi/2) = 0. \end{cases}$$

2. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:
$$4Y'''(t) - 4Y''(t) + Y'(t) = F(t)$$
con condizioni iniziali $Y(0) = 0$, $Y'(0) = -1$ e $Y''(0) = 1$ ed in cui $F(t)$ è una funzione che ammette $f(s)$ come trasformata di Laplace.

3. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\frac{\partial U}{\partial t} = -4\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
con condizioni iniziali $U_x(0,t) = U_x(4,t) = 0$, per $t \geq 0$, e inoltre
$$U(x,0) = 4 - x, \quad 0 \leq x \leq 4.$$

Esame di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Esonero di Dicembre 2013
Traccia A

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:

$$Y'''(t) - 2Y''(t) + 5Y'(t) = F(t), \qquad Y(0) = 0,\ Y'(0) = Y''(0) = 1$$

   e dove

$$F(t) = \begin{cases} 0 & 0 \le t < 2 \\ 1 & t \ge 2. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integrale usando le trasformate di Laplace:

$$Y(t) = e^t \cos(2t) + \int_0^t e^{2(t-u)} Y(u) du.$$

3. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della funzione

$$F(x) = |\ |x| - 1\ | \qquad -2 \le x \le 2,$$

   periodica di periodo 4, specificando se tale serie converge alla funzione $F(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.

Esame di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Esonero di Dicembre 2013
Traccia B

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:

   $$Y'''(t) - 6Y''(t) + 10Y'(t) = F(t), \qquad Y(0) = 0,\ Y'(0) = 1,\ Y''(0) = -1$$

   e dove
   $$F(t) = \begin{cases} 0 & 0 \le t < 3 \\ 1 & t \ge 3. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integrale usando le trasformate di Laplace:

   $$Y(t) = e^t \sin(2t) + \int_0^t e^{2(t-u)} Y(u)\,du.$$

3. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della funzione

   $$F(x) = |\ |x| - 2\ | \qquad -4 \le x \le 4,$$

   periodica di periodo 8, specificando se tale serie converge alla funzione $F(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.

Esame di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Esonero di Dicembre 2013
Traccia C

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:

$$Y'''(t) + 2Y''(t) + 5Y'(t) = F(t), \qquad Y(0) = 0,\ Y'(0) = 1,\ Y''(0) = 2$$

e dove

$$F(t) = \begin{cases} 0 & 0 \le t < 2 \\ 1 & t \ge 2. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando la trasformata di Laplace:

$$Y(t) = e^{2t}\sin(2t) + \int_0^t e^{2(t-u)}Y(u)du.$$

3. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della funzione

$$F(x) = |\ 1 - |x|\ | \qquad -2 \le x \le 2,$$

periodica di periodo 4, specificando se tale serie converge alla funzione $F(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Gennaio 2014

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:
$$4Y''(t) - 4Y'(t) + Y(t) = F(t)$$
con condizioni iniziali $Y(0) = 1$ e $Y'(0) = 0$, in cui $F(t)$ è una funzione che ammette $f(s)$ come trasformata di Laplace.

2. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} & \\ U(0,t) = U(1,t) = 0, & t \geq 0 \\ U(x,0) = \sin(3\pi x), & 0 \leq x \leq 1 \\ U_t(x,0) = 0, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

3. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della seguente funzione:
$$F(x) = 1 + x + |1 - x| \qquad -2 \leq x \leq 2,$$
periodica di periodo 4, specificando l'insieme di convergenza.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
I Appello Febbraio 2014

1. Risolvere la seguente equazione integro-differenziale applicando le trasformate di Laplace:

$$Y'(t) = \sin t - 5 \int_0^t e^{2(t-u)} Y(u) du, \qquad Y(0) = 1.$$

2. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:

$$\begin{cases} Y''(t) - 3Y'(t) + 2Y(t) = e^t \\ Y(0) = 1, \ Y(1) = e. \end{cases}$$

3. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 4\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$

in cui la funzione $U(x,t)$ è soggetta alle condizioni iniziali $U(0,t) = U(2,t) = 0$ per $t \geq 0$, e

$$U(x,0) = 0, \qquad U_t(x,0) = x - 2, \quad 0 \leq x \leq 2.$$

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
II Appello Febbraio 2014

1. Tracciare il grafico del prolungamento periodico dispari della funzione

$$F(x) = |1 - x|, \qquad 0 \leq x \leq 3$$

e calcolarne la trasformata finita seno di Fourier.

2. Risolvere la seguente equazione differenziale del terzo ordine applicando le trasformate di Laplace:

$$2Y'''(t) - 3Y''(t) + Y'(t) = F(t), \qquad Y(0) = 1, \ Y'(0) = Y''(0) = 0$$

dove $F(t)$ è una funzione che ammette $f(s)$ come trasformata di Laplace.

3. Utilizzare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = 4\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$

con $0 \leq x \leq 3$ e $t \geq 0$, e soggetta alle seguenti condizioni iniziali e al contorno:

$$U(0,t) = U(3,t) = 0, \qquad t \geq 0, \quad U(x,0) = |x - 1|, \quad 0 \leq x \leq 3.$$

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Aprile 2014

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:

$$2Y'''(t) - 5Y''(t) + 3Y'(t) = F(t), \qquad Y(0) = 0,\ Y'(0) = Y''(0) = 1$$

e dove

$$F(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t < 2 \\ 1 & t \geq 2. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial U}{\partial t} = \dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} & \\ U(0,t) = U(1,t) = 0, & t \geq 0 \\ U(x,0) = \sin(3\pi x) + \sin(6\pi x), & 0 \leq x \leq 1. \end{cases}$$

3. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della seguente funzione:

$$F(x) = 1 + x + |1 - x| \qquad -2 \leq x \leq 2,$$

periodica di periodo 4, specificando l'insieme di convergenza.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Giugno 2014

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:
$$4Y''(t) - 4Y'(t) + Y(t) = F(t)$$
con condizioni iniziali $Y(0) = 1$ e $Y'(0) = 0$, in cui $F(t)$ è una funzione che ammette $f(s)$ come trasformata di Laplace.

2. Risolvere la seguente equazione integrale usando le trasformate di Laplace:
$$Y(t) = e^t \cos(2t) + \int_0^t e^{2(t-u)} Y(u) du.$$

3. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della funzione
$$F(x) = |\ |x| - 1\ | \qquad -2 \leq x \leq 2,$$
periodica di periodo 4, specificando se tale serie converge alla funzione $F(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
I Appello di Luglio 2014

1. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) - 2Y'(t) + 2Y(t) = e^{2t} \\ Y(0) = 0, \ Y(\pi/2) = 0. \end{cases}$$

2. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:
$$Y'''(t) - 2Y''(t) + 5Y'(t) = F(t), \qquad Y(0) = 0, \ Y'(0) = Y''(0) = 1$$
e dove
$$F(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t < 2 \\ 1 & t \geq 2. \end{cases}$$

3. Applicare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:
$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = -9\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
con condizioni iniziali $U_x(0,t) = U_x(6,t) = 0$, per $t \geq 0$, e inoltre
$$U(x,0) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & 3 < x \leq 6 \end{cases}$$
e $U_t(x,0) = 0$ per $0 \leq x \leq 6$.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
II Appello di Luglio 2014

1. Risolvere la seguente equazione differenziale del terzo ordine applicando le trasformate di Laplace:

$$2Y'''(t) - 3Y''(t) + Y'(t) = F(t), \qquad Y(0) = 1,\ Y'(0) = Y''(0) = 0$$

dove $F(t)$ è una funzione che ammette $f(s)$ come trasformata di Laplace.

2. Tracciare il grafico del prolungamento periodico dispari della funzione

$$F(x) = |1 - x|, \qquad 0 \leq x \leq 3$$

e calcolarne la trasformata finita seno di Fourier.

3. Applicare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{1}{4}\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$

con condizioni iniziali $U(0,t) = U(3,t) = 0$, per $t \geq 0$, e inoltre

$$U(x,0) = \sin(3\pi x) + \sin(4\pi x), \qquad 0 \leq x \leq 3.$$

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
I Appello di Settembre 2014

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:

$$2Y'''(t) - 5Y''(t) + 3Y'(t) = F(t), \qquad Y(0) = 0,\ Y'(0) = Y''(0) = 1$$

e dove

$$F(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t < 2 \\ 1 & t \geq 2. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integrale usando le trasformate di Laplace:

$$Y(t) = e^t \cos(2t) + \int_0^t e^{2(t-u)} Y(u) du.$$

3. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della funzione

$$F(x) = |\ |x| - 1\ | \qquad -2 \leq x \leq 2,$$

periodica di periodo 4, specificando se tale serie converge alla funzione $F(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
II Appello di Settembre 2014

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:
$$4Y''(t) - 4Y'(t) + Y(t) = F(t)$$
con condizioni iniziali $Y(0) = 1$ e $Y'(0) = 1$, in cui $F(t)$ è una funzione che ammette $f(s)$ come trasformata di Laplace.

2. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) - 3Y'(t) + 2Y(t) = e^t \\ Y(0) = 1,\ Y(1) = e. \end{cases}$$

3. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 4\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
in cui la funzione $U(x,t)$ è soggetta alle condizioni iniziali $U_x(0,t) = U_x(2,t) = 0$ per $t \geq 0$, e
$$U(x,0) = x, \qquad U_t(x,0) = 0, \quad 0 \leq x \leq 2.$$

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Novembre 2014

1. Risolvere la seguente equazione integrale usando le trasformate di Laplace:

$$Y(t) = e^t \cos(2t) + \int_0^t e^{2(t-u)} Y(u) du.$$

2. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:

$$Y'''(t) - 2Y''(t) + 5Y'(t) = F(t), \qquad Y(0) = 0,\ Y'(0) = Y''(0) = 1$$

e dove

$$F(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t < 2 \\ 1 & t \geq 2. \end{cases}$$

3. Tracciare il grafico del prolungamento periodico dispari della funzione

$$F(x) = |\ |x| - 1\ | \qquad 0 \leq x \leq 2,$$

e calcolarne la trasformata finita seno di Fourier.

Esame di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Esonero di Dicembre 2014

1. Risolvere la seguente equazione differenziale utilizzando le trasformate di Laplace:
$$3Y''(t) - 5Y'(t) + 2Y(t) = F(t)$$
con $Y(0) = 0$ e $Y'(0) = 1$ ed $F(t)$ uguale alla seguente funzione:
$$F(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 2 \\ \\ 0 & 0 \leq t < 2. \end{cases}$$

2. Utilizzare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:
$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2},$$
sapendo che $U(x,t)$ soddisfa le condizioni iniziali $U(0,t) = U(2,t) = 0$, per $t \geq 0$, e
$$U(x,0) = 2\sin(\pi x) + \sin\frac{\pi x}{2}, \qquad 0 \leq x \leq 2.$$

3. Risolvere la seguente equazione integrale usando le trasformate di Laplace:
$$Y(t) = 1 - e^t + \int_0^t Y(u)\sin(t-u)du.$$

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Gennaio 2015

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:
$$3Y''(t) - 5Y'(t) + 2Y(t) = F(t)$$
con condizioni iniziali $Y(0) = Y'(0) = 1$, in cui $F(t)$ è una funzione che ammette $f(s)$ come trasformata di Laplace.

2. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) - 2Y'(t) + 5Y(t) = e^t \\ Y(0) = 0, \ Y(\pi) = 0. \end{cases}$$

3. Tracciare il grafico del prolungamento periodico dispari della funzione
$$F(x) = |x - 2|, \qquad 0 \leq x \leq 3$$
e calcolarne la trasformata finita seno di Fourier.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Febbraio 2015

1. Risolvere la seguente equazione differenziale del terzo ordine applicando le trasformate di Laplace:

$$Y'''(t) - 2Y''(t) = tF(t), \qquad Y(0) = 0,\ Y'(0) = Y''(0) = 1$$

dove $F(t)$ è una funzione che ammette $f(s)$, funzione continua e con derivata prima continua $f'(s)$, come trasformata di Laplace.

2. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale del terzo ordine:

$$2Y'''(t) - 3Y''(t) + Y'(t) = e^t,$$

con condizioni iniziali $Y(0) = 0,\ Y'(0) = 1,\ Y''(0) = 0.$

3. Utilizzare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = 8\frac{\partial^2 U}{\partial x^2},$$

sapendo che $U(x,t)$ soddisfa le condizioni iniziali $U(0,t) = U(4,t) = 0$, per $t \geq 0$, e

$$U(x,0) = 2\sin(\pi x) + \sin\frac{\pi x}{2}, \qquad 0 \leq x \leq 4.$$

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Aprile 2015
Traccia A

1. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando la trasformata di Laplace:
$$Y(t) = e^{2t}\sin(2t) + \int_0^t e^{2(t-u)}Y(u)du.$$

2. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) - 3Y'(t) + 2Y(t) = e^t \\ Y(0) = 1,\ Y(1) = e. \end{cases}$$

3. Tracciare il grafico del prolungamento periodico dispari della funzione
$$F(x) = |x-2|, \qquad 0 \le x \le 3$$
e calcolarne la trasformata finita seno di Fourier.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Aprile 2015
Traccia B

1. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando la trasformata di Laplace:
$$Y(t) = e^{2t}\sin(2t) + \int_0^t e^{2(t-u)}Y(u)du.$$

2. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) + 3Y'(t) + 2Y(t) = e^t \\ Y(0) = 1,\ Y(1) = e. \end{cases}$$

3. Tracciare il grafico del prolungamento periodico pari della funzione
$$F(x) = |x-2|, \qquad 0 \le x \le 3$$
e calcolarne la trasformata finita coseno di Fourier.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Giugno 2015

1. Risolvere la seguente equazione differenziale utilizzando le trasformate di Laplace:
$$Y''(t) - 4Y'(t) + 5Y(t) = F(t)$$
con $Y(0) = 0$ e $Y'(0) = 1$ ed $F(t)$ uguale alla seguente funzione:
$$F(t) = \begin{cases} 0 & t \geq 2 \\ \\ 1 & 0 \leq t < 2. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione differenziale del quarto ordine applicando le trasformate di Laplace:
$$Y^{(\text{iv})}(t) - 2Y'''(t) = F(t), \; Y(0) = Y'(0) = 0, \; Y''(0) = Y'''(0) = 1$$
dove $F(t)$ è una funzione che ammette $f(s)$ come trasformata di Laplace.

3. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 4\dfrac{\partial^2 U}{\partial x^2} & \\ U_x(0,t) = U_x(4,t) = 0, & t \geq 0 \\ U(x,0) = \cos(2\pi x) + \cos\dfrac{\pi x}{2}, & 0 \leq x \leq 4 \\ U_t(x,0) = 0, & 0 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Luglio 2015

1. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) - 3Y'(t) + 2Y(t) = e^t \\ Y(0) = 0,\ Y(1) = -e. \end{cases}$$

2. Tracciare il grafico del prolungamento periodico pari della funzione
$$F(x) = |x-1|, \qquad 0 \le x \le 3$$
e calcolarne la trasformata finita coseno di Fourier.

3. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
in cui la funzione $U(x,t)$ è soggetta alle seguenti condizioni iniziali
$$\begin{cases} U_x(0,t) = U_x(3,t) = 0, & t \ge 0 \\ U(x,0) = |x-1|, & 0 \le x \le 3 \\ U_t(x,0) = 0, & 0 \le x \le 3. \end{cases}$$

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
I Appello di Settembre 2015

1. Risolvere la seguente equazione differenziale del terzo ordine applicando le trasformate di Laplace:

$$Y'''(t) - 2Y''(t) = \int_0^t F(u)du, \qquad Y(0) = 0,\ Y'(0) = Y''(0) = 1$$

dove $F(t)$ è una funzione che ammette $f(s)$ come trasformata di Laplace.

2. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale del terzo ordine:

$$2Y'''(t) - 3Y''(t) + Y'(t) = e^t,$$

con condizioni iniziali $Y(0) = 0,\ Y'(0) = 1,\ Y''(0) = 0.$

3. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della funzione

$$F(x) = \begin{cases} 0 & -2 \le x < -1, \\ -1 - x & -1 \le x < 0, \\ 1 - x & 0 \le x \le 1, \\ 0 & 1 < x \le 2 \end{cases}$$

periodica di periodo 4, indicando i punti in cui la serie non converge alla funzione.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
II Appello di Settembre 2015

1. Risolvere la seguente equazione differenziale utilizzando le trasformate di Laplace:
$$Y''(t) - 4Y'(t) + 5Y(t) = F(t)$$
con $Y(0) = 0$ e $Y'(0) = 1$ ed $F(t)$ uguale alla seguente funzione:
$$F(t) = \begin{cases} 0 & t > 1 \\ 1 & 0 \leq t \leq 1. \end{cases}$$

2. Tracciare il grafico del prolungamento periodico dispari della funzione
$$F(x) = |2x - 1|, \qquad 0 \leq x \leq 2$$
e calcolarne la trasformata finita seno di Fourier.

3. Utilizzare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:
$$\frac{\partial U}{\partial t} = 8\frac{\partial^2 U}{\partial x^2},$$
sapendo che $U(x, t)$ soddisfa le condizioni iniziali $U(0, t) = U(8, t) = 0$, per $t \geq 0$, e
$$U(x, 0) = 2\sin(5\pi x) + \sin\frac{3\pi x}{4}, \qquad 0 \leq x \leq 8.$$

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Novembre 2015

1. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) - 2Y'(t) + 5Y(t) = e^t \\ Y(0) = 0, \; Y(\pi) = 0. \end{cases}$$

2. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:
$$4Y''(t) - 5Y'(t) + Y(t) = F(t)$$
con condizioni iniziali $Y(0) = 1$ e $Y'(0) = 0$, in cui $F(t)$ è una funzione che ammette $f(s)$ come trasformata di Laplace.

3. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
in cui la funzione $U(x,t)$ è soggetta alle seguenti condizioni iniziali e al contorno
$$\begin{cases} U_x(0,t) = U_x(2,t) = 0, & t \geq 0 \\ U(x,0) = x + |1-x|, & 0 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

Esame di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Esonero di Dicembre 2015
Traccia A

1. Risolvere la seguente equazione differenziale utilizzando le trasformate di Laplace:
$$2Y'''(t) - 5Y''(t) + 2Y'(t) = F(t)$$
con $Y(0) = 0$ e $Y'(0) = Y''(0) = 1$ ed $F(t)$ uguale alla seguente funzione:
$$F(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 1 \\ \\ 0 & 0 \leq t < 1. \end{cases}$$

2. Tracciare il grafico del prolungamento periodico pari della funzione
$$F(x) = x + |x - 2|, \qquad 0 \leq x \leq 3$$
e calcolarne la trasformata finita coseno di Fourier.

3. Utilizzare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:
$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2},$$
sapendo che $U(x, t)$ soddisfa le condizioni iniziali $U(0, t) = U(2, t) = 0$, per $t \geq 0$, e
$$\frac{\partial U}{\partial t}(x, 0) = x + 1, \qquad 0 \leq x \leq 2.$$

Esame di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Esonero di Dicembre 2015
Traccia B

1. Risolvere la seguente equazione differenziale utilizzando le trasformate di Laplace:
$$2Y'''(t) + 3Y''(t) - 2Y'(t) = F(t)$$
con $Y(0) = 0$ e $Y'(0) = Y''(0) = 1$ ed $F(t)$ uguale alla seguente funzione:
$$F(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 1 \\ \\ 0 & 0 \leq t < 1. \end{cases}$$

2. Tracciare il grafico del prolungamento periodico pari della funzione
$$F(x) = x + |2 - x|, \qquad 0 \leq x \leq 3$$
e calcolarne la trasformata finita coseno di Fourier.

3. Utilizzare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:
$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2},$$
sapendo che $U(x, t)$ soddisfa le condizioni iniziali $U(0, t) = U(2, t) = 0$, per $t \geq 0$, e
$$\frac{\partial U}{\partial t}(x, 0) = x - 1, \qquad 0 \leq x \leq 2.$$

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Gennaio 2016

1. Risolvere la seguente equazione differenziale del quarto ordine applicando le trasformate di Laplace:

$$Y^{(\mathrm{iv})}(t) - 2Y'''(t) = F(t),\ Y(0) = Y'(0) = 0,\ Y''(0) = Y'''(0) = 1$$

dove $F(t)$ è una funzione che ammette $f(s)$ come trasformata di Laplace.

2. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della funzione

$$F(x) = \begin{cases} -3 - x & -3 \leq x \leq -1, \\ 0 & -1 < x < 1, \\ 3 - x & 1 \leq x \leq 3. \end{cases}$$

periodica di periodo 6, indicando i punti in cui la serie non converge alla funzione.

3. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$

in cui la funzione $U(x,t)$ è soggetta alle seguenti condizioni iniziali e al contorno

$$\begin{cases} U_x(0,t) = U_x(2,t) = 0, & t \geq 0 \\ U(x,0) = x - |1 - x|, & 0 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Febbraio 2016

1. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} 4Y''(t) + 9Y(t) = \sin(t) \\ \\ Y(0) = 0, \ Y(\pi/2) = 0. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando la trasformata di Laplace:
$$Y(t) = e^{2t} + \int_0^t Y(u)(t-u)e^{t-u}du.$$

3. Tracciare il grafico del prolungamento periodico dispari della funzione
$$F(x) = x - |1-x|, \qquad 0 \le x \le 2,$$
e calcolarne la trasformata finita seno di Fourier.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Aprile 2016

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:
$$3Y''(t) - 5Y'(t) + 2Y(t) = F(t)$$
con condizioni iniziali $Y(0) = Y'(0) = 1$, in cui $F(t)$ è una funzione che ammette $f(s)$ come trasformata di Laplace.

2. Tracciare il grafico del prolungamento periodico pari della funzione
$$F(x) = x - |x-2|, \qquad 0 \leq x \leq 3$$
e calcolarne la trasformata finita coseno di Fourier.

3. Utilizzare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:
$$\frac{\partial U}{\partial t} = 8\frac{\partial^2 U}{\partial x^2},$$
sapendo che $U(x,t)$ soddisfa le condizioni iniziali $U(0,t) = U(8,t) = 0$, per $t \geq 0$, e
$$U(x,0) = 2\sin(5\pi x) + \sin\frac{3\pi x}{4}, \qquad 0 \leq x \leq 8.$$

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Giugno 2016

1. Risolvere la seguente equazione differenziale utilizzando le trasformate di Laplace:
$$2Y'''(t) + 3Y''(t) - 2Y'(t) = F(t)$$
con $Y(0) = 0$ e $Y'(0) = Y''(0) = 1$ ed $F(t)$ uguale alla seguente funzione:
$$F(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 1 \\ \\ 0 & 0 \leq t < 1. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando la trasformata di Laplace:
$$Y(t) = te^t + \int_0^t uY(t-u)du.$$

3. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della funzione
$$F(x) = \begin{cases} 0 & -2 \leq x < -1, \\ -1-2x & -1 \leq x < 0, \\ 1-2x & 0 \leq x \leq 1, \\ 0 & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$
periodica di periodo 4, indicando i punti in cui la serie non converge alla funzione.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Luglio 2016

1. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) - 3Y'(t) + 2Y(t) = e^t \\ Y(0) = 0,\ Y(1) = -e. \end{cases}$$

2. Tracciare il grafico del prolungamento periodico pari della funzione
$$F(x) = x + |x-2|, \qquad 0 \le x \le 3$$
e calcolarne la trasformata finita coseno di Fourier.

3. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
in cui la funzione $U(x,t)$ è soggetta alle seguenti condizioni iniziali e al contorno
$$\begin{cases} U_x(0,t) = U_x(3,t) = 0, & t \ge 0 \\ U(x,0) = x + |x-2|, & 0 \le x \le 3 \\ U_t(x,0) = 0, & 0 \le x \le 3. \end{cases}$$

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
I Appello di Settembre 2016

1. Risolvere la seguente equazione differenziale utilizzando le trasformate di Laplace:
$$2Y''(t) - 3Y'(t) + Y(t) = F(t)$$
con $Y(0) = 0$ e $Y'(0) = 1$ ed $F(t)$ uguale alla seguente funzione:
$$F(t) = \begin{cases} 0 & t > 1 \\ \\ 1 & 0 \leq t \leq 1. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando la trasformata di Laplace:
$$Y(t) = e^{2t}\sin(2t) + \int_0^t e^{2(t-u)}Y(u)du.$$

3. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della funzione
$$F(x) = |x|x, \quad -1 \leq x \leq 1$$
periodica di periodo 2 indicando i valori di x per i quali la serie non converge ad $F(x)$.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
II Appello di Settembre 2016

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:
$$3Y''(t) - 5Y'(t) + 2Y(t) = F(t)$$
con condizioni iniziali $Y(0) = Y'(0) = 1$, in cui $F(t)$ è una funzione che ammette $f(s)$ come trasformata di Laplace.

2. Tracciare il grafico del prolungamento periodico pari della funzione
$$F(x) = x - |x - 1|, \qquad 0 \leq x \leq 4$$
e calcolarne la trasformata finita coseno di Fourier.

3. Utilizzare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:
$$\frac{\partial U}{\partial t} = 8\frac{\partial^2 U}{\partial x^2},$$
sapendo che $U(x,t)$ soddisfa le condizioni iniziali $U_x(0,t) = U_x(4,t) = 0$, per $t \geq 0$, e
$$U(x,0) = 2\cos(5\pi x) + \cos\frac{3\pi x}{4}, \qquad 0 \leq x \leq 4.$$

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Novembre 2016

1. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} 2Y''(t) - 3Y'(t) + Y(t) = e^t \\ Y(0) = 0,\ Y(1) = e. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando la trasformata di Laplace:
$$Y(t) = te^t + \int_0^t e^{2u} Y(t-u) du.$$

3. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della funzione
$$F(x) = |x| - 2, \quad -3 \le x \le 3$$
periodica di periodo 6 indicando i valori di x per i quali la serie non converge ad $F(x)$.

Esame di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Esonero Dicembre 2016

1. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) - 2Y'(t) + 5Y(t) = e^t \\ Y(0) = 0, \ Y(\pi/4) = 0. \end{cases}$$

2. Tracciare il grafico del prolungamento periodico pari della funzione
$$F(x) = |x - 1|, \qquad 0 \le x \le 4$$
e calcolarne la trasformata finita coseno di Fourier.

3. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\frac{\partial U}{\partial t} = -4 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
sapendo che $U(x,t)$ soddisfa le condizioni $U_x(0,t) = U_x(4,t) = 0$, per $t \ge 0$, e
$$U(x,0) = |x - 1|, \qquad 0 \le x \le 4.$$

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Gennaio 2017

1. Risolvere la seguente equazione differenziale utilizzando le trasformate di Laplace:
$$2Y''(t) - 3Y'(t) + Y(t) = F(t)$$
con $Y(0) = 0$ e $Y'(0) = 1$ ed $F(t)$ uguale alla seguente funzione:
$$F(t) = \begin{cases} 0 & t > 1 \\ \\ 1 & 0 \leq t \leq 1. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando la trasformata di Laplace:
$$Y(t) = 1 - e^{-t} + 2\int_0^t Y(u)\cos(t-u)du.$$

3. Utilizzare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:
$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 16\frac{\partial^2 U}{\partial x^2},$$
sapendo che $U(x,t)$ soddisfa le condizioni iniziali $U_x(0,t) = U_x(4,t) = 0$, per $t \geq 0$, $U_t(x,0) = 0$ per $t \geq 0$, e
$$U(x,0) = 2\cos(5\pi x) + \cos\frac{3\pi x}{4}, \qquad 0 \leq x \leq 4.$$

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Febbraio 2017
Traccia A

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:
$$3Y''(t) - 5Y'(t) + 2Y(t) = -tF(t)$$
con condizioni iniziali $Y(0) = Y'(0) = 1$, in cui $F(t)$ è una funzione che ammette $f(s)$, funzione continua e con derivata prima continua $f'(s)$, come trasformata di Laplace.

2. Tracciare il grafico del prolungamento periodico dispari della funzione
$$F(x) = x - |x - 1|, \qquad 0 \leq x \leq 2$$
e calcolarne la trasformata finita seno di Fourier.

3. Utilizzare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:
$$\frac{\partial U}{\partial t} = 8\frac{\partial^2 U}{\partial x^2},$$
sapendo che $U(x,t)$ soddisfa le condizioni iniziali $U(0,t) = U(2,t) = 0$, per $t \geq 0$, e
$$U(x,0) = x - |x - 1|, \qquad 0 \leq x \leq 2.$$

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Febbraio 2017
Traccia B

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:
$$2Y''(t) - 5Y'(t) + 3Y(t) = -tF(t)$$
con condizioni iniziali $Y(0) = Y'(0) = 1$, in cui $F(t)$ è una funzione che ammette $f(s)$, funzione continua e con derivata prima continua $f'(s)$, come trasformata di Laplace.

2. Tracciare il grafico del prolungamento periodico dispari della funzione
$$F(x) = x + 1 - |x - 1|, \qquad 0 \leq x \leq 2$$
e calcolarne la trasformata finita seno di Fourier.

3. Utilizzare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:
$$\frac{\partial U}{\partial t} = 8\frac{\partial^2 U}{\partial x^2},$$
sapendo che $U(x,t)$ soddisfa le condizioni iniziali $U(0,t) = U(2,t) = 0$, per $t \geq 0$, e
$$U(x,0) = x + 1 - |x - 1|, \qquad 0 \leq x \leq 2.$$

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Aprile 2017

1. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} 3Y''(t) - 5Y'(t) + 2Y(t) = e^t \\ Y(0) = 0, \ Y(3) = 0. \end{cases}$$

2. Tracciare il grafico del prolungamento periodico pari della funzione
$$F(x) = |\ |x-1| + 1\ |, \qquad 0 \leq x \leq 3$$
e calcolarne la trasformata finita coseno di Fourier.

3. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
sapendo che $U(x,t)$ soddisfa le condizioni $U_x(0,t) = U_x(3,t) = 0$, per $t \geq 0$, e
$$U(x,0) = |\ |x-1| + 1\ |, \qquad 0 \leq x \leq 3.$$

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Giugno 2017

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale del terzo ordine:

$$2Y'''(t) - 3Y''(t) + Y'(t) = e^t,$$

con condizioni iniziali $Y(0) = 0,\ Y'(0) = 1,\ Y''(0) = 0.$

2. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando la trasformata di Laplace:

$$Y(t) = te^t + \int_0^t e^{2u} Y(t-u)du.$$

3. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della funzione

$$F(x) = \begin{cases} |x| & \text{se } |x| < 2 \\ 2 & \text{se } 2 \leq |x| < 3 \end{cases}$$

periodica di periodo 6 indicando i valori di x per i quali la serie non converge ad $F(x)$.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Luglio 2017

1. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) - 3Y'(t) + 2Y(t) = e^t \\ Y(0) = 0, \ Y(1) = -e. \end{cases}$$

2. Tracciare il grafico del prolungamento periodico pari della funzione
$$F(x) = 2 + |x - 2|, \qquad 0 \leq x \leq 3$$
e calcolarne la trasformata finita coseno di Fourier.

3. Utilizzare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:
$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 16 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2},$$
sapendo che $U(x,t)$ soddisfa le condizioni iniziali $U_x(0,t) = U_x(4,t) = 0$, per $t \geq 0$, $U_t(x,0) = 0$ per $t \geq 0$, e
$$U(x,0) = \cos\frac{5\pi x}{2} + \cos\frac{7\pi x}{2}, \qquad 0 \leq x \leq 4.$$

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
I Appello di Settembre 2017

1. Risolvere la seguente equazione differenziale utilizzando le trasformate di Laplace:
$$2Y''(t) - 3Y'(t) + Y(t) = F(t)$$
con $Y(0) = 0$ e $Y'(0) = 1$ ed $F(t)$ uguale alla seguente funzione:
$$F(t) = \begin{cases} 0 & t > 1 \\ \\ 1 & 0 \leq t \leq 1. \end{cases}$$

2. Tracciare il grafico del prolungamento periodico pari della funzione
$$F(x) = |1 - x| + 1, \qquad 0 \leq x \leq 2$$
e calcolarne la trasformata finita coseno di Fourier.

3. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
sapendo che $U(x,t)$ soddisfa le condizioni $U_x(0,t) = U_x(2,t) = 0$, per $t \geq 0$, e
$$U(x,0) = |1 - x| + 1, \qquad 0 \leq x \leq 2.$$

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
II Appello di Settembre 2017

1. Risolvere la seguente equazione differenziale del secondo ordine applicando le trasformate di Laplace:

$$2Y''(t) - 3Y'(t) + Y(t) = F(t), \qquad Y(0) = 1,\ Y'(0) = 0$$

dove $F(t)$ è una funzione che ammette $f(s)$ come trasformata di Laplace.

2. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando la trasformata di Laplace:

$$Y(t) = te^t + \int_0^t uY(t-u)du.$$

3. Tracciare il grafico del prolungamento periodico dispari della funzione

$$F(x) = x - |x-1|, \qquad 0 \le x \le 4$$

e calcolarne la trasformata finita seno di Fourier.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Novembre 2017

1. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) - 2Y'(t) + 5Y(t) = e^t \\ Y(0) = 0,\ Y(\pi/4) = 0. \end{cases}$$

2. Tracciare il grafico del prolungamento periodico pari della funzione
$$F(x) = |x-1|, \qquad 0 \leq x \leq 4$$
e calcolarne la trasformata finita coseno di Fourier.

3. Utilizzare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:
$$\frac{\partial U}{\partial t} = 36\frac{\partial^2 U}{\partial x^2},$$
sapendo che $U(x,t)$ soddisfa le condizioni iniziali $U_x(0,t) = U_x(6,t) = 0$, per $t \geq 0$, e
$$U(x,0) = 2\cos\frac{2\pi x}{3} + \cos\frac{3\pi x}{2}, \qquad 0 \leq x \leq 6.$$

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Esonero Novembre 2017

1. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando le trasformate di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) - 2Y'(t) + 2Y(t) = e^t \\ Y(0) = 1,\ Y(\pi/2) = 0. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integrale usando le trasformate di Laplace:
$$Y(t) = \mathbf{e}^{-t} + 2\int_0^t Y(u)\cos(t-u)du.$$

3. Calcolare lo sviluppo in serie di Fourier della funzione:
$$F(x) = \begin{cases} -1-x & -1 \leq x \leq 0 \\ 1-x & 0 < x \leq 1 \end{cases}$$
periodica di periodo 2, indicando i punti in cui la serie non converge alla funzione $F(x)$.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Gennaio 2018

1. Risolvere la seguente equazione differenziale del secondo ordine applicando le trasformate di Laplace:

$$2Y''(t) - 3Y'(t) + Y(t) = F(t),$$

con $Y(0) = 0$ e $Y'(0) = 1$ ed $F(t)$ uguale alla seguente funzione:

$$F(t) = \begin{cases} 0 & t > 1 \\ \\ 1 & 0 \le t \le 1. \end{cases}$$

2. Tracciare il grafico del prolungamento periodico pari della funzione

$$U(x, 0) = |1 - x|, \qquad 0 \le x \le 3$$

e calcolarne la trasformata finita coseno di Fourier.

3. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -9 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$

sapendo che $U(x, t)$ soddisfa le condizioni $U_x(0, t) = U_x(3, t) = 0$, per $t \ge 0$, e

$$U(x, 0) = |x - 1|, \qquad 0 \le x \le 3.$$

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Febbraio 2018
Traccia A

1. Risolvere la seguente equazione differenziale ordinaria applicando le trasformate di Laplace:

$$2Y''(t) - 3Y'(t) + Y(t) = e^t$$

con condizioni iniziali $Y(0) = 1$ e $Y'(0) = 0$.

2. Tracciare il grafico del prolungamento periodico dispari della funzione

$$F(x) = |\ |x-1| + 1\ |, \qquad 0 \le x \le 3$$

e calcolarne la trasformata finita seno di Fourier.

3. Utilizzare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 16 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2},$$

sapendo che $U(x,t)$ soddisfa le condizioni iniziali $U_x(0,t) = U_x(4,t) = 0$, per $t \ge 0$, $U_t(x,0) = 0$ per $t \ge 0$, e

$$U(x,0) = \cos\frac{5\pi x}{2} + \cos\frac{7\pi x}{2}, \qquad 0 \le x \le 4.$$

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Febbraio 2018
Traccia B

1. Risolvere la seguente equazione differenziale ordinaria applicando le trasformate di Laplace:

$$2Y''(t) + Y'(t) - Y(t) = e^{-t}$$

con condizioni iniziali $Y(0) = 1$ e $Y'(0) = 0$.

2. Tracciare il grafico del prolungamento periodico dispari della funzione

$$F(x) = |\ x + |x-1|\ |, \qquad 0 \leq x \leq 2$$

e calcolarne la trasformata finita seno di Fourier.

3. Utilizzare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 36 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2},$$

sapendo che $U(x,t)$ soddisfa le condizioni iniziali $U_x(0,t) = U_x(6,t) = 0$, per $t \geq 0$, $U_t(x,0) = 0$ per $t \geq 0$, e

$$U(x,0) = \cos\frac{5\pi x}{2} + \cos\frac{7\pi x}{2}, \qquad 0 \leq x \leq 6.$$

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Febbraio 2018
Traccia C

1. Risolvere la seguente equazione differenziale ordinaria applicando le trasformate di Laplace:
$$3Y''(t) + 2Y'(t) - Y(t) = e^{-t}$$
con condizioni iniziali $Y(0) = 1$ e $Y'(0) = 0$.

2. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando la trasformata di Laplace:
$$Y(t) = te^t + \int_0^t e^{2u} Y(t-u)du.$$

3. Tracciare il grafico del prolungamento periodico dispari della funzione
$$F(x) = x - |x-1|, \qquad 0 \le x \le 2$$
e calcolarne la trasformata finita seno di Fourier.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Aprile 2018

1. Risolvere la seguente equazione differenziale utilizzando le trasformate di Laplace:
$$2Y'''(t) + 3Y''(t) - 2Y'(t) = F(t)$$
con $Y(0) = 0$ e $Y'(0) = Y''(0) = 1$ ed $F(t)$ uguale alla seguente funzione:
$$F(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 1 \\ \\ 0 & 0 \leq t < 1. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando la trasformata di Laplace:
$$Y(t) = e^{2t} + \int_0^t Y(t-u)ue^u du.$$

3. Calcolare lo sviluppo in serie di Fourier della funzione:
$$F(x) = \begin{cases} x - 1 & 0 \leq x \leq 2 \\ -1 - x & -2 \leq x < 0 \end{cases}$$
periodica di periodo 4, indicando i punti in cui la serie non converge alla funzione $F(x)$.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Giugno 2018

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:
$$3Y''(t) - 5Y'(t) + 2Y(t) = F(t)$$
con condizioni iniziali $Y(0) = Y'(0) = 1$, in cui $F(t)$ è una funzione che ammette $f(s)$ come trasformata di Laplace.

2. Tracciare il grafico del prolungamento periodico pari della funzione
$$F(x) = x + |x-1|, \qquad 0 \leq x \leq 4$$
e calcolarne la trasformata finita coseno di Fourier.

3. Utilizzare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:
$$\frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{\partial^2 U}{\partial x^2},$$
sapendo che $U(x,t)$ soddisfa le condizioni al contorno $U_x(0,t) = U_x(4,t) = 0$, per $t \geq 0$, e la condizione iniziale
$$U(x,0) = x + |x-1|, \qquad 0 \leq x \leq 4.$$

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
I Appello di Luglio 2018

1. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) - 2Y'(t) + 5Y(t) = e^t \\ Y(0) = 0,\ Y(\pi/4) = 0. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando la trasformata di Laplace:
$$Y(t) = e^{2t} + \int_0^t Y(u)(t-u)e^{t-u}du.$$

3. Tracciare il grafico del prolungamento periodico pari della funzione
$$F(x) = x + |2 - x|, \qquad 0 \le x \le 3$$
e calcolarne la trasformata finita coseno di Fourier.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
II Appello di Luglio 2018

1. Risolvere la seguente equazione differenziale del secondo ordine applicando le trasformate di Laplace:

$$2Y''(t) - 3Y'(t) + Y(t) = F(t), \qquad Y(0) = 1,\ Y'(0) = 0$$

dove $F(t)$ è una funzione che ammette $f(s)$ come trasformata di Laplace.

2. Tracciare il grafico del prolungamento periodico dispari della funzione

$$F(x) = x - |x - 1|, \qquad 0 \leq x \leq 4$$

e calcolarne la trasformata finita seno di Fourier.

3. Utilizzare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 36 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2},$$

sapendo che $U(x,t)$ soddisfa le condizioni al contorno $U_x(0,t) = U_x(6,t) = 0$, per $t \geq 0$, e la condizione iniziale $U_t(x,0) = 0$ per $t \geq 0$, e

$$U(x,0) = \cos\frac{5\pi x}{2} + \cos\frac{7\pi x}{3}, \qquad 0 \leq x \leq 6.$$

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Settembre 2018

1. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) - 3Y'(t) + 2Y(t) = e^t \\ \\ Y(0) = 0, \ Y(1) = -e. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando la trasformata di Laplace:
$$Y(t) = e^{2t} + \int_0^t Y(u)(t-u)e^{t-u}du.$$

3. Tracciare il grafico del prolungamento periodico dispari della funzione
$$F(x) = x - |x-2|, \qquad 0 \leq x \leq 3$$
e calcolarne la trasformata finita seno di Fourier.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Novembre 2018

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:
$$6Y''(t) - 5Y'(t) + Y(t) = F(t)$$
con condizioni iniziali $Y(0) = Y'(0) = 1$, in cui $F(t)$ è una funzione che ammette $f(s)$ come trasformata di Laplace.

2. Tracciare il grafico del prolungamento periodico pari della funzione
$$F(x) = |2 - x| - x, \qquad 0 \leq x \leq 3$$
e calcolarne la trasformata finita coseno di Fourier.

3. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
sapendo che $U(x,t)$ soddisfa le condizioni $U_x(0,t) = U_x(3,t) = 0$, per $t \geq 0$, e
$$U(x,0) = |2 - x| - x, \qquad 0 \leq x \leq 3$$
e $U_t(x,0) = 0$, per $0 \leq x \leq 3$.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Gennaio 2019

1. Risolvere la seguente equazione differenziale utilizzando le trasformate di Laplace:
$$2Y'''(t) - Y''(t) = F(t)$$
con $Y(0) = Y'(0) = 0$, $Y''(0) = 1$ ed $F(t)$ uguale alla seguente funzione:
$$F(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 1 \\ \\ 0 & 0 \leq t < 1. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando le trasformate di Laplace:
$$Y(t) = e^{2t} + \int_0^t Y(u)(t-u)e^{t-u}du.$$

3. Tracciare il grafico del prolungamento periodico dispari della funzione
$$F(x) = 1 - |x-1|, \qquad 0 \leq x \leq 4$$
e calcolarne la trasformata finita seno di Fourier.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Febbraio 2019

1. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando le trasformate di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) - 2Y'(t) + 2Y(t) = e^t \\ Y(0) = 1, \; Y(\pi/2) = 0. \end{cases}$$

2. Tracciare il grafico del prolungamento periodico dispari della funzione
$$F(x) = |\; |x-1| + 1 \;|, \qquad 0 \le x \le 3$$
e calcolarne la trasformata finita seno di Fourier.

3. Utilizzare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:
$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2},$$
sapendo che $U(x,t)$ soddisfa le condizioni al contorno $U_x(0,t) = U_x(8,t) = 0$, per $t \ge 0$, e la condizione iniziale
$$U(x,0) = \cos\frac{5\pi x}{2} + \cos\frac{7\pi x}{4}, \qquad 0 \le x \le 8.$$

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
Appello di Aprile 2019

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:

$$2Y'''(t) - 5Y''(t) + 3Y'(t) = F(t), \qquad Y(0) = 0,\ Y'(0) = Y''(0) = 1$$

e dove

$$F(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t < 2 \\ 1 & t \geq 2. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando la trasformata di Laplace:

$$Y(t) = e^{2t} + 2\int_0^t \cos(\sqrt{2}u)Y(t-u)du.$$

3. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della seguente funzione:

$$F(x) = |x| - 1 \qquad -2 \leq x \leq 2,$$

periodica di periodo 4, specificando l'insieme di convergenza.

Prova di Esonero di Metodi Numerici per l'Ingegneria)
Laurea in Ingegneria Elettrica
30 Aprile 2019

Risolvere 3 dei seguenti esercizi dei quali almeno uno dei primi tre e uno degli ultimi due.

1. Risolvere la seguente equazione differenziale del terzo ordine utilizzando la trasformata di Laplace:

$$Y'''(t) - 2Y''(t) = e^{2t}$$

   soggetta alle condizioni iniziali $Y(0) = Y'(0) = 1$ e $Y''(0) = -1$.

2. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:

$$\begin{cases} Y''(t) + 9Y(t) = \cos(2t) \\ Y(0) = 0, \; Y(\pi/2) = 0. \end{cases}$$

3. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:

$$6Y''(t) - 5Y'(t) + Y(t) = F(t)$$

   con condizioni iniziali $Y(0) = Y'(0) = 1$, in cui $F(t)$ è una funzione che ammette $f(s)$ come trasformata di Laplace.

4. Tracciare il grafico del prolungamento periodico dispari della funzione

$$F(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < 1 \\ x & 1 \le x \le 3 \end{cases}$$

   e calcolarne la trasformata finita seno di Fourier.

5. Utilizzare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2},$$

   sapendo che $U(x,t)$ soddisfa le condizioni al contorno $U_x(0,t) = U_x(2,t) = 0$, per $t \ge 0$, e la condizione iniziale

$$U(x,0) = \begin{cases} 0 & 0 \le x \le 1 \\ x & 1 < x \le 2 \end{cases}$$

Prova di Esonero di Metodi Numerici per l'Ingegneria)
Laurea in Ingegneria Elettrica
30 Aprile 2019

Risolvere 3 dei seguenti esercizi dei quali almeno uno dei primi tre e uno degli ultimi 2.

1. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) + 9Y(t) = \cos(2t) \\ Y(0) = 0,\ Y(\pi/6) = 1. \end{cases}$$

2. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:
$$Y''(t) + 4Y'(t) = F(t), \qquad Y(0) = 1,\ Y'(0) = -1$$
dove
$$F(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t \leq 2 \\ 1 & t > 2. \end{cases}$$

3. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando la trasformata di Laplace:
$$Y(t) = e^{2t} + 2\int_0^t \cos(\sqrt{2}u)Y(t-u)du.$$

4. Tracciare il grafico del prolungamento periodico dispari della funzione
$$F(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & 1 < x \leq 3 \end{cases}$$
e calcolarne la trasformata finita seno di Fourier.

5. Utilizzare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:
$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2},$$
sapendo che $U(x,t)$ soddisfa le condizioni al contorno $U(0,t) = U(2,t) = 0$, per $t \geq 0$, e la condizione iniziale
$$U(x,0) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

Prova di Esonero di Metodi Numerici per l'Ingegneria)
Laurea in Ingegneria Elettrica
30 Aprile 2019

Risolvere 3 dei seguenti esercizi dei quali almeno uno dei primi tre e uno degli ultimi 2.

1. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) - 2Y'(t) + 5Y(t) = e^t \\ Y(0) = 0,\ Y(\pi/4) = 0. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione differenziale del secondo ordine applicando le trasformate di Laplace:
$$2Y''(t) - 3Y'(t) + Y(t) = F(t), \qquad Y(0) = 1,\ Y'(0) = 0$$
dove $F(t)$ è una funzione che ammette $f(s)$ come trasformata di Laplace.

3. Risolvere la seguente equazione integro-differenziale utilizzando la trasformata di Laplace:
$$Y'(t) = 1 + e^{2t} - \int_0^t e^{2(t-u)} Y(u) du,$$
con condizione iniziale $Y(0) = 0$.

4. Tracciare il grafico del prolungamento periodico pari della funzione
$$F(x) = \begin{cases} x & 0 \le x \le 1 \\ 0 & 1 < x \le 3 \end{cases}$$
e calcolarne la trasformata finita coseno di Fourier.

5. Applicare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali
$$\frac{\partial U}{\partial t} = 4 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
con condizioni iniziali $U_x(0, t) = U_x(4, t) = 0$, e inoltre
$$U(x, 0) = x, \qquad 0 \le x \le 4.$$

Prova di Esonero di Metodi Numerici per l'Ingegneria)
Laurea in Ingegneria Elettrica
30 Aprile 2019

Risolvere 3 dei seguenti esercizi dei quali almeno uno dei primi tre e uno degli ultimi 2.

1. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) + 16Y(t) = \cos(2t) \\ Y(0) = 0, \ Y(\pi/8) = 0. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione differenziale del terzo ordine utilizzando la trasformata di Laplace:
$$Y''(t) - 2Y'(t) + 2Y(t) = t, \qquad\qquad Y(0) = 0, \ Y'(0) = 1.$$

3. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:
$$3Y''(t) - 5Y'(t) + 2Y(t) = F(t)$$
con condizioni iniziali $Y(0) = Y'(0) = 1$, in cui $F(t)$ è una funzione che ammette $f(s)$ come trasformata di Laplace.

4. Tracciare il grafico del prolungamento periodico pari della funzione
$$F(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < 1 \\ x & 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$$
e calcolarne la trasformata finita coseno di Fourier.

5. Determinare lo sviluppo in serie di Fourier della funzione:
$$F(x) = \begin{cases} -x & -1 \leq x \leq 0 \\ 0 & 0 < x \leq 1, \end{cases}$$
periodica di periodo 2, ed indicarne l'insieme di convergenza.

Prova di Esonero di Metodi Numerici per l'Ingegneria)
Laurea in Ingegneria Elettrica
30 Aprile 2019

Risolvere 3 dei seguenti esercizi dei quali almeno uno dei primi tre e uno degli ultimi 2.

1. Risolvere la seguente equazione differenziale del secondo ordine utilizzando le trasformate di Laplace:

$$Y''(t) - 2Y'(t) + Y(t) = e^t + 1$$

soggetta alle condizioni iniziali $Y(0) = 0$ e $Y'(0) = 1$.

2. Risolvere la seguente equazione differenziale del secondo ordine usando le trasformate di Laplace:

$$Y''(t) - Y'(t) = F(t)$$

con $Y(0) = Y'(0) = 1$ ed $F(t)$ uguale alla seguente funzione:

$$F(t) = \begin{cases} 2 & 0 \leq t \leq 1 \\ \\ 0 & t > 1. \end{cases}$$

3. Risolvere la seguente equazione differenziale del secondo ordine applicando le trasformate di Laplace:

$$2Y''(t) - 3Y'(t) + Y(t) = F(t), \qquad Y(0) = 1,\ Y'(0) = 0$$

dove $F(t)$ è una funzione che ammette $f(s)$ come trasformata di Laplace.

4. Tracciare il grafico del prolungamento periodico dispari della funzione

$$F(x) = 1 - x, \qquad 0 \leq x \leq 3$$

e calcolarne la trasformata finita seno di Fourier.

5. Calcolare lo sviluppo in serie di Fourier della funzione

$$F(x) = x + 1$$

per $-2 \leq x \leq 2$, periodica di periodo 4 indicando i punti in cui la serie non converge ad $F(x)$.

Prova di Esonero di Metodi Numerici per l'Ingegneria)
Laurea in Ingegneria Elettrica
30 Aprile 2019

Risolvere 3 dei seguenti esercizi dei quali almeno uno dei primi tre e uno degli ultimi 2.

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:

$$Y''(t) - 4Y'(t) + 4Y(t) = \cosh t, \qquad Y(0) = 0,\ Y'(0) = 1.$$

2. Risolvere la seguente equazione differenziale utilizzando le trasformate di Laplace:

$$Y''(t) - 3Y'(t) - 4Y(t) = F(t)$$

con $Y(0) = 0$ e $Y'(0) = 1$ ed $F(t)$ uguale alla seguente funzione:

$$F(t) = \begin{cases} 2 & 0 \leq t \leq 1 \\ \\ 0 & t > 1. \end{cases}$$

3. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando la trasformata di Laplace:

$$Y(t) = te^t + \int_0^t e^{2u} Y(t-u)du.$$

4. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della funzione

$$F(x) = -x \qquad -2 \leq x \leq 2,$$

periodica di periodo 4, specificando se tale serie converge alla funzione $F(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.

5. Tracciare il grafico del prolungamento periodico pari della funzione

$$F(x) = 1 - x, \qquad 0 \leq x \leq 3$$

e calcolarne la trasformata finita coseno di Fourier.

Prova di Esonero di Metodi Numerici per l'Ingegneria)
Laurea in Ingegneria Elettrica
30 Aprile 2019

Risolvere 3 dei seguenti esercizi dei quali almeno uno dei primi tre e uno degli ultimi 2.

1. Risolvere la seguente equazione differenziale del terzo ordine utilizzando la trasformata di Laplace:
$$Y'''(t) - 2Y''(t) + 2Y'(t) = 1, \qquad Y(0) = Y''(0) = 0,\ Y'(0) = 1.$$

2. Risolvere la seguente equazione integro-differenziale utilizzando la trasformata di Laplace:
$$Y'(t) + 5\int_0^t \cos 2(t-u)Y(u)du = 10, \qquad Y(0) = -1.$$

3. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale del terzo ordine:
$$2Y'''(t) - 3Y''(t) + Y'(t) = F(t), \qquad Y(0) = 1,\ Y'(0) = 0,\ Y''(0) = -1$$
dove $F(t)$ e' una funzione che ammette $f(s)$ come trasformata di Laplace.

4. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della funzione
$$F(x) = x \qquad -2 \le x \le 2,$$
periodica di periodo 4, specificando se tale serie converge alla funzione $F(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.

5. Applicare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:
$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
con condizioni iniziali $U_x(0,t) = U_x(4,t) = 0$, per $t \ge 0$, e inoltre
$$U(x,0) = \begin{cases} x-1 & 0 \le x \le 3 \\ 0 & 3 < x \le 4. \end{cases}$$

Prova di Esonero di Metodi Numerici per l'Ingegneria)
Laurea in Ingegneria Elettrica
30 Aprile 2019

Risolvere 3 dei seguenti esercizi dei quali almeno uno dei primi tre e uno degli ultimi 2.

1. Applicare le trasformate di Laplace per risolvere il seguente problema ai limiti:
$$\begin{cases} Y''(t) - 2Y'(t) + 2Y(t) = t \\ \\ Y(0) = 0, \qquad Y(\pi/2) = \pi/4. \end{cases}$$

2. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:
$$2Y'''(t) - 5Y''(t) + 3Y'(t) = F(t), \qquad Y(0) = 0,\ Y'(0) = Y''(0) = 1$$
e dove
$$F(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t < 2 \\ 1 & t \geq 2. \end{cases}$$

3. Risolvere la seguente equazione integrale usando le trasformate di Laplace:
$$Y(t) = e^t + \int_0^t Y(u)\sin(t-u)du.$$

4. Scrivere lo sviluppo in serie di Fourier della funzione
$$F(x) = 2x \qquad -3 \leq x \leq 3,$$
periodica di periodo 6, specificando se tale serie converge alla funzione $F(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.

5. Applicare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:
$$\frac{\partial U}{\partial t} = -9\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
con condizioni iniziali $U_x(0,t) = U_x(6,t) = 0$, per $t \geq 0$, e inoltre
$$U(x,0) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & 3 < x \leq 6. \end{cases}$$

Prova di Esonero di Metodi Numerici per l'Ingegneria)
Laurea in Ingegneria Elettrica
30 Aprile 2019

Risolvere 3 dei seguenti esercizi dei quali almeno uno dei primi tre e uno degli ultimi 2.

1. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) - 3Y'(t) + 2Y(t) = e^t \\ Y(0) = 1,\ Y(1) = e. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione differenziale del secondo ordine:
$$Y''(t) - 4Y'(t) + 4Y(t) = \cosh 2t$$
con le condizioni iniziali $Y(0) = 1$ e $Y'(0) = 2$.

3. Risolvere la seguente equazione integrale usando le trasformate di Laplace:
$$Y(t) = e^{2t} + 1 + 4\int_0^t \cos(2(t-u))Y(u)du.$$

4. Tracciare il grafico del prolungamento periodico dispari della funzione
$$F(x) = \begin{cases} 1 & 0 < x < 1 \\ x & 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$$
e calcolarne la trasformata finita seno di Fourier.

5. Applicare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:
$$\frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
con condizioni iniziali $U(0,t) = U(6,t) = 0$, per $t \geq 0$, e inoltre
$$U(x,0) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & 2 < x \leq 6. \end{cases}$$

Prova di Esonero di Metodi Numerici per l'Ingegneria)
Laurea in Ingegneria Elettrica
30 Aprile 2019

Risolvere 3 dei seguenti esercizi dei quali almeno uno dei primi tre e uno degli ultimi 2.

1. Risolvere la seguente equazione differenziale del secondo ordine utilizzando le trasformate di Laplace:
$$Y''(t) - 2Y'(t) + Y(t) = e^t \sin 2t$$
soggetta alle seguenti condizioni iniziali $Y(0) = 1, Y'(0) = -1$.

2. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando la trasformata di Laplace:
$$Y(t) = e^{2t} + 2\int_0^t \cos(\sqrt{2}u)Y(t-u)du.$$

3. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:
$$4Y''(t) - 4Y'(t) + Y(t) = F(t)$$
con condizioni iniziali $Y(0) = 1$ e $Y'(0) = 0$, in cui $F(t)$ è una funzione che ammette $f(s)$ come trasformata di Laplace.

4. Tracciare il grafico del prolungamento periodico pari della funzione
$$F(x) = \begin{cases} x & 0 < x < 1 \\ 1 & 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$$
e calcolarne la trasformata finita coseno di Fourier.

5. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
con condizioni iniziali $U(0,t) = U(4,t) = 0$, per $t \geq 0$, e inoltre
$$U(x,0) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x < 1 \\ x, & 1 \leq x \leq 3 \\ 0, & 3 < x \leq 4 \end{cases}$$

Prova di Esonero di Metodi Numerici per l'Ingegneria)
Laurea in Ingegneria Elettrica
30 Aprile 2019

Risolvere 3 dei seguenti esercizi dei quali almeno uno dei primi tre e uno degli ultimi 2.

1. Risolvere la seguente equazione differenziale del secondo ordine usando le trasformate di Laplace:
$$Y''(t) - Y'(t) = F(t)$$
con $Y(0) = Y'(0) = 1$ ed $F(t)$ uguale alla seguente funzione:
$$F(t) = \begin{cases} 2 & 0 \leq t \leq 1 \\ \\ 0 & t > 1. \end{cases}$$

2. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando le trasformate di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) - 2Y'(t) + 2Y(t) = e^t \\ Y(0) = 1, \ Y(\pi/2) = 0. \end{cases}$$

3. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando la trasformata di Laplace:
$$Y(t) = te^t + \int_0^t uY(t-u)du.$$

4. Tracciare il grafico del prolungamento periodico pari della funzione
$$F(x) = \begin{cases} 1 & 0 < x < 1 \\ x & 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$$
e calcolarne la trasformata finita coseno di Fourier.

5. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\frac{\partial U}{\partial t} = -4\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
con condizioni iniziali $U_x(0,t) = U_x(4,t) = 0$, per $t \geq 0$, e inoltre
$$U(x,0) = 4 - x, \quad 0 \leq x \leq 4.$$

Prova di Esonero di Metodi Numerici per l'Ingegneria)
Laurea in Ingegneria Elettrica
30 Aprile 2019

Risolvere 3 dei seguenti esercizi dei quali almeno uno dei primi tre e uno degli ultimi 2.

1. Risolvere la seguente equazione integrale usando le trasformate di Laplace:

$$Y(t) = e^t \sin 2t + \int_0^t e^{2(t-u)} Y(u) du.$$

2. Risolvere la seguente equazione differenziale del terzo ordine utilizzando la trasformata di Laplace:

$$Y'''(t) - 2Y''(t) = e^{2t}, \qquad Y(0) = -1,\ Y'(0) = 1,\ Y''(0) = 0.$$

3. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:

$$\begin{cases} Y''(t) - 3Y'(t) + 2Y(t) = e^t \\ Y(0) = 0,\ Y(1) = -e. \end{cases}$$

4. Tracciare il grafico del prolungamento periodico dispari della funzione

$$F(x) = \begin{cases} 1 & 0 < x < 1 \\ x & 1 \le x \le 3 \end{cases}$$

e calcolarne la trasformata finita seno di Fourier.

5. Utilizzare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2},$$

sapendo che $U(x,t)$ soddisfa le condizioni al contorno $U_x(0,t) = U_x(2,t) = 0$, per $t \ge 0$, e la condizione iniziale

$$U(x, 0) = x, \qquad 0 \le x \le 2.$$

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
I Appello di Giugno 2019

1. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando le trasformate di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) - 2Y'(t) + 2Y(t) = e^t \\ Y(0) = 1,\ Y(\pi/2) = 0. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando le trasformate di Laplace:
$$Y(t) = e^{2t} + \int_0^t Y(u)(t-u)e^{t-u}du.$$

3. Tracciare il grafico del prolungamento periodico pari della funzione
$$F(x) = |\ |x-1| + 1\ |, \qquad 0 \leq x \leq 2$$
e calcolarne la trasformata finita coseno di Fourier.

Prova scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
(Laurea in Ingegneria Elettrica)
II Appello di Giugno 2019

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:
$$3Y''(t) - 5Y'(t) + 2Y(t) = F(t)$$
con condizioni iniziali $Y(0) = Y'(0) = 1$, in cui $F(t)$ è una funzione che ammette $f(s)$ come trasformata di Laplace.

2. Risolvere la seguente equazione differenziale utilizzando le trasformate di Laplace:
$$2Y'''(t) + 3Y''(t) - 2Y'(t) = F(t)$$
con $Y(0) = 0$ e $Y'(0) = Y''(0) = 1$ ed $F(t)$ uguale alla seguente funzione:
$$F(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 1 \\ \\ 0 & 0 \leq t < 1. \end{cases}$$

3. Utilizzare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:
$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 16 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2},$$
sapendo che $U(x,t)$ soddisfa le condizioni iniziali $U_x(0,t) = U_x(4,t) = 0$, per $t \geq 0$, $U_t(x,0) = 0$ per $t \geq 0$, e
$$U(x,0) = \cos\frac{5\pi x}{2} + \cos\frac{7\pi x}{2}, \qquad 0 \leq x \leq 4.$$

Prova Scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
Laurea in Ingegneria Elettrica
Appello di Luglio 2019

1. Applicare le trasformate di Laplace per risolvere il seguente problema ai limiti:
$$\begin{cases} Y''(t) - 2Y'(t) + 2Y(t) = t \\ \\ Y(0) = 0, \qquad Y(\pi/2) = \pi/4. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando le trasformate di Laplace:
$$Y(t) = e^{2t} + \int_0^t Y(t-u)ue^u du.$$

3. Tracciare il grafico del prolungamento periodico pari della funzione
$$F(x) = 1 - |x-1|, \qquad 0 \leq x \leq 4$$
e calcolarne la trasformata finita coseno di Fourier.

Prova Scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
Laurea in Ingegneria Elettrica
Appello di Luglio 2019

1. Applicare le trasformate di Laplace per risolvere il seguente problema ai limiti:
$$\begin{cases} Y''(t) + 2Y'(t) + 2Y(t) = t \\ \\ Y(0) = 0, \qquad Y(\pi/2) = \pi/4. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integrale usando le trasformate di Laplace:
$$Y(t) = e^t \sin 2t + \int_0^t e^{2(t-u)} Y(u) du.$$

3. Tracciare il grafico del prolungamento periodico pari della funzione
$$F(x) = |x-1| - 1, \qquad 0 \le x \le 4$$
e calcolarne la trasformata finita coseno di Fourier.

Prova Scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
Laurea in Ingegneria Elettrica
I Appello di Settembre 2019

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:
$$6Y''(t) - 5Y'(t) + Y(t) = F(t)$$
con condizioni iniziali $Y(0) = Y'(0) = 1$, in cui $F(t)$ è una funzione che ammette $f(s)$ come trasformata di Laplace.

2. Tracciare il grafico del prolungamento periodico pari della funzione
$$F(x) = |\ |x-1| + 1\ |, \qquad 0 \leq x \leq 3$$
e calcolarne la trasformata finita coseno di Fourier.

3. Risolvere la seguente equazione alle derivate parziali utilizzando le trasformate di Fourier:
$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$$
sapendo che $U(x,t)$ soddisfa le condizioni $U_x(0,t) = U_x(3,t) = 0$, per $t \geq 0$, e
$$U(x,0) = |\ |x-1| + 1\ |, \qquad 0 \leq x \leq 3.$$

Prova Scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
Laurea in Ingegneria Elettrica
II Appello di Settembre 2019

1. Risolvere il seguente problema ai limiti utilizzando la trasformata di Laplace:
$$\begin{cases} Y''(t) + 16Y(t) = \cos(2t) \\ Y(0) = 0,\ Y(\pi/8) = 0. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integro-differenziale utilizzando la trasformata di Laplace:
$$Y'(t) = 1 + e^{2t} - \int_0^t e^{2(t-u)} Y(u) du,$$
con condizione iniziale $Y(0) = 0$.

3. Tracciare il grafico del prolungamento periodico dispari della funzione
$$F(x) = x - |x - 2|, \qquad 0 \leq x \leq 3$$
e calcolarne la trasformata finita seno di Fourier.

Prova Scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
Laurea in Ingegneria Elettrica
Appello di Novembre 2019

1. Risolvere la seguente equazione differenziale utilizzando le trasformate di Laplace:
$$2Y'''(t) + 3Y''(t) - 2Y'(t) = F(t)$$
con $Y(0) = 0$ e $Y'(0) = Y''(0) = 1$ ed $F(t)$ uguale alla seguente funzione:
$$F(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 1 \\ \\ 0 & 0 \leq t < 1. \end{cases}$$

2. Risolvere la seguente equazione integrale utilizzando la trasformata di Laplace:
$$Y(t) = e^{2t} + 2\int_0^t \cos(\sqrt{2}u)Y(t-u)du.$$

3. Utilizzare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:
$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2},$$
sapendo che $U(x,t)$ soddisfa le condizioni al contorno $U_x(0,t) = U_x(8,t) = 0$, per $t \geq 0$, e la condizione iniziale
$$U(x,0) = \cos\frac{5\pi x}{2} + \cos\frac{7\pi x}{4}, \qquad 0 \leq x \leq 8.$$

Prova Scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
Laurea in Ingegneria Elettrica
Appello di Gennaio 2020

1. Risolvere la seguente equazione integrale usando le trasformate di Laplace:

$$Y(t) = e^t \sin 2t + \int_0^t e^{2(t-u)} Y(u) du.$$

2. Applicare le trasformate di Laplace per risolvere il seguente problema ai limiti:

$$\begin{cases} Y''(t) + 2Y'(t) + 2Y(t) = t \\ \\ Y(0) = 0, \qquad Y(\pi/2) = \pi/4. \end{cases}$$

3. Tracciare il grafico del prolungamento periodico pari della funzione

$$F(x) = |x - 1| - 1, \qquad 0 \leq x \leq 4$$

e calcolarne la trasformata finita coseno di Fourier.

Prova Scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
Laurea in Ingegneria Elettrica
Appello di Febbraio 2020

1. Utilizzare le trasformate di Laplace per risolvere la seguente equazione differenziale:
$$3Y''(t) - 5Y'(t) + 2Y(t) = F(t)$$
con condizioni iniziali $Y(0) = Y'(0) = 1$, in cui $F(t)$ è una funzione che ammette $f(s)$ come trasformata di Laplace.

2. Risolvere la seguente equazione differenziale utilizzando le trasformate di Laplace:
$$Y''(t) - 3Y'(t) - 4Y(t) = F(t)$$
con $Y(0) = 0$ e $Y'(0) = 1$ ed $F(t)$ uguale alla seguente funzione:
$$F(t) = \begin{cases} 2 & 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & t > 1. \end{cases}$$

3. Utilizzare le trasformate finite di Fourier per risolvere la seguente equazione alle derivate parziali:
$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 16 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2},$$
sapendo che $U(x,t)$ soddisfa le condizioni iniziali $U_x(0,t) = U_x(4,t) = 0$, per $t \geq 0$, $U_t(x,0) = 0$ per $t \geq 0$, e
$$U(x,0) = \cos\frac{5\pi x}{2} + \cos\frac{7\pi x}{2}, \qquad 0 \leq x \leq 4.$$

Prova Scritta di Metodi Numerici per l'Ingegneria
Laurea in Ingegneria Elettrica
Appello di Aprile 2020

1. Risolvere la seguente equazione differenziale utilizzando le trasformate di Laplace:
$$2Y''(t) - 3Y'(t) + Y(t) = F(t)$$
con $Y(0) = 0$ e $Y'(0) = 1$ ed $F(t)$ uguale alla seguente funzione:
$$F(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 2 \\ \\ 0 & 0 \leq t < 2. \end{cases}$$

2. Tracciare il prolungamento peridico pari e calcolare la trasformata finita coseno di Fourier della seguente funzione
$$F(x) = [x - 1| - x, \qquad 0 \leq x \leq 2.$$