Esame Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica
(Laurea in Ingegneria Gestionale)
Appello di Gennaio 2019

Risolvere, a scelta, 5 dei seguenti quesiti, indicando sulla traccia i quesiti svolti.

1. Siano A e B due eventi tali che $P(A) = 3/4$, $P(A \cap \overline{B}) = 1/2$ e $P(\overline{A} \cap B) = 1/6$. Calcolare $P(B)$.

2. Calcolare la probabilità di estrarre di seguito tre assi da un mazzo di 52 carte francesi senza reintroduzione delle carte.

3. In una scatola ci sono 20 caramelle, 10 al gusto arancia, 6 alla fragola e 4 alla liquirizia. Sappiamo che uno dei nostri coinquilini ha preso di nascosto una caramella ma non sappiamo di che gusto. Successivamente prendiamo una caramella a caso:
a) Calcolare la probabilità che la caramella che abbiamo preso sia al gusto liquirizia.
b) Sapendo che la caramella che abbiamo preso è al gusto liquirizia calcolare che anche quella presa dal nostro coinquilino sia al gusto liquirizia.

4. Considerata la funzione
$$f(x) = \begin{cases} Cx & 0 \leq x \leq 1 \\ C & 1 < x \leq 2 \\ C(3-x) & 2 < x \leq 3 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$
a) Determinare la costante C in modo tale che $f(x)$ rappresenti la densità di probabilità di una variabile aleatoria continua X;
b) Calcolare $P(X \geq 1)$ e $P(X \leq 2)$.

5. Un laboratorio farmaceutico sta elaborando un farmaco che dovrebbe ridurre la frequenza cardiaca a riposo di almeno 4 battiti al minuto. Per testarne l'effetto, viene somministrato il farmaco a un gruppo di 16 volontari. Per ciascun volontario si misura la diminuzione di frequenza cardiaca: la media e la deviazione standard empirica di tali dati (espressi in battiti al minuto) sono $\overline{X} = 5.3$ e $S = 4.8$.
Testare l'ipotesi nulla $H_0 \ : \ \mu \leq 4$, con livello di significatività del 5%.

6. Assegnato il seguente campione

20	19	14	22	18	23	24
17	18	22	16	27	27	15

calcolare i quartili Q_1, Q_2 e Q_3.

7. Abbiamo un campione di 64 dati estratti da una popolazione avente valore atteso incognito μ e varianza nota $\sigma^2 = 9$. Sapendo che la media del campione vale $\overline{X} = 6.35$, si determinino gli intervalli di confidenza per μ al 5% e all'1%.

Esame Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica
(Laurea in Ingegneria Gestionale)
I Appello di Febbraio 2019

Risolvere, a scelta, 5 dei seguenti quesiti, indicando sulla traccia i quesiti svolti.

1. Due eventi A e B sono tali che $P(A \cup B) = 5/9$, mentre $P(A) = P(B) = 1/3$. Stabilire se A e B siano eventi indipendenti.

2. Due scatole A e B contengono palline rosse e verdi. In A ci sono due palline rosse e una verde, mentre B contiene due palline verdi e una rossa. Si estrae a caso una pallina da A e la si ripone in B e, quindi, si estrae a caso una pallina da B. Calcolare la probabilità che la pallina estratta dalla scatola B sia rossa.

3. Sia X una variabile aleatoria di tipo continuo con densità uniforme nell'intervallo $[-2, 3]$.
   a) Calcolare $E(X)$ e $V(X)$.
   b) Calcolare $P(-1 \leq X \leq 2 | X \geq 0)$.

4. Una variabile aleatoria bidimensionale di tipo discreto (X, Y) assume valori con probabilità positiva solo nelle sei coppie (i, j), $i = -1, 0, 1$, e $j = -1, 1$.
   Precisamente $P(X = 0, Y = -1) = 1/12$ e $P(X = -1, Y = 1) = 3/4$, mentre nelle restanti quattro coppie la probabilità è la stessa.
   Calcolare le densità marginali di X e Y ed i rispettivi valori attesi.

5. Si misura la concentrazione nel sangue di una certa sostanza in un gruppo di 50 individui, ottenendo un valore medio $\overline{X} = 7.45$ (espresso in opportune unità di misura). Si assuma che il valore atteso sia incognito μ e che la varianza sia $\sigma^2 = 3$.
   Si determini il $p-$value del test per l'ipotesi $H_0 \ : \ \mu = 6.9$.

6. Calcolare i coefficienti della retta di regressione che approssima i seguenti valori

x_i	-3	0	3
y_i	2	1	-1

7. Tracciare il diagramma box-plot del seguente campione di dati

   1 6 0 8 9 5 4 12 3 2 3 13

Esame Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica
(Laurea in Ingegneria Gestionale)
II Appello di Febbraio 2019

Risolvere, a scelta, 5 dei seguenti quesiti, indicando sulla traccia i quesiti svolti.

1. Due eventi A e B indipendenti sono tali che $P(A \cup B) = 1/2$, $P(A) = 1/4$. Calcolare $P(B)$.
   .

2. Un primo dado viene lanciato due volte e si sommano i risultati ottenuti nei due lanci. Viene quindi lanciato una sola volta un secondo dado. Calcolare la probabilità che i punteggi ottenuti dai due dadi siano entrambi uguali a 6.

3. In una una scuola superiore si deve scegliere uno studente tra quelli delle sezioni A o B. Il numero di studenti della sezione A è il doppio di quelli della sezione B mentre il numero delle ragazze è uguale al numero dei ragazzi nella sezione A mentre è pari al 60% nella sezione B. Tutti i ragazzi hanno la stessa possibilità di essere scelti. Sapendo che è stata scelta una ragazza calcolare la probabilità che sia della sezione A. .

4. Sia X una variabile aleatoria normale $N(0, \sigma^2)$ calcolare il valore della varianza sapendo che $P(X \geq 1) = 0.4$.

5. Assegnato il seguente campione di dati

20	32	14	26	38	33	12	30	31
17	19	20	16	22	26	35	16	25

   calcolare i quartili Q_1, Q_2 e Q_3.

6. Determinare un intervallo di confidenza al 99% per la varianza σ^2 di un campione aleatorio di ampiezza 25 estratto da una popolazione con densità Normale e varianza campionaria $S^2 = 3$.

7. Si ipotizza che l'età media dei frequentatori di una biblioteca sia 39 anni con una deviazione standard $\sigma = 10.2$ anni. Per verificare tale ipotesi vengono campionati 100 frequentatori e la loro età media risulta essere 41 anni. Si verifichi l'ipotesi $\mu = 39$ ad un livello di significatività del 10%.

Esame Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica
(Laurea in Ingegneria Gestionale)
Appello di Aprile 2019

Risolvere, a scelta, 5 dei seguenti quesiti, indicando sulla traccia i quesiti svolti.

1. Due eventi A e B sono tali che $P(A \cup B) = 5/9$, mentre $P(A) = P(B) = 1/3$. Mostrare che A e B sono eventi indipendenti.

2. Si consideri l'esperimento casuale consistente nel lancio di una coppia di dadi non truccati ed il relativo spazio campione S. Indicato con (i, j) il generico evento elementare appartenente ad S si definisca la seguente variabile aleatoria discreta
$$X(i, j) = |i - j|.$$
Determinare il range e la densità di probabilità di X.

3. Una moneta è truccata in modo tale che la probabilità che esca testa è pari a p, mentre la probabilità che esca croce è pari a $1 - p$, $p \neq 1/2$. Si lancia questa moneta e, se esce testa, viene lanciata nuovamente la stessa moneta, mentre, se esce croce, viene lanciata un'altra moneta, non truccata (cioè tale che la probabilità che esca testa sia uguale a quella che esca croce).
a) Calcolare la probabilità che in questo secondo lancio esca testa.
b) Determinare il valore di p che rende minima la probabilità trovata al punto a).

4. In un determinato ospedale il numero X di bambini che nascono in una settimana è una variabile aleatoria di Poisson con parametro $\lambda = 13$. Qual è la probabilità che in una settimana nascano 2 o più bambini?

5. Sia X una variabile aleatoria caratterizzata dalla funzione densità di probabilità
$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{a}{2x} & 1 \leq x \leq e \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$
Quale deve essere il valore della costante a affinchè la funzione $f(x)$ sia effettivamente una densità di probabilità? Calcolare valore atteso e deviazione standard di X.

6. Determinare un intervallo di confidenza a due lati al 99% per il valore atteso μ di un campione aleatorio di ampiezza 100 estratto da una popolazione con media campionaria $\overline{X} = 6$ e varianza $\sigma^2 = 16$. Determinare l'ampiezza del campione aleatorio volendo ottenere un intervallo di confidenza al 90% della stessa lunghezza e supponendo invariata sia la media campionaria $\overline{X}$ che la varianza σ^2.

7. Sia $X_1, \ldots, X_n$ un campione aleatorio di tipo normale con parametri $(0, \sigma^2)$. Determinare la stima di massima verosimiglianza per la varianza.

Esame Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica
(Laurea in Ingegneria Gestionale)
Appello di Giugno 2019

Risolvere, a scelta, 5 dei seguenti quesiti, indicando sulla traccia i quesiti svolti.

1. Un'urna contiene 21 palline ciascuna recante una delle 21 lettere dell'alfabeto latino (sono quindi escluse le lettere J, K, W, X e Y). Calcolare la probabilità che, estraendo 3 palline (in blocco e senza reimmissione), escano:
   a) le 3 lettere che compongono la parola UNO;
   b) 3 consonanti.

2. Risolvere gli stessi quesiti dell'esercizio precedente supponendo però che le 3 palline siano estratte una alla volta e senza reimmissione.

3. In una popolazione ci sono il 50% di maschi e il 50% di femmine. Supponiamo che il 5% degli uomini e il 10% delle donne siano daltonici (non riconoscono i colori). Si sceglie a caso una persona daltonica. Qual è la probabilità che sia un maschio?

4. Il numero di volte che uno studente sostiene l'esame di calcolo delle probabilità e statistica è una variabile aleatoria discreta X con densità

   $$P(X = 1) = 0.5, \quad P(X = 2) = 0.25, \quad P(X = 3) = 0.15, \quad P(X = 4) = 0.1.$$

   Calcolare la probabilità che uno studente:
   a) sostenga l'esame più di una volta.
   b) sostenga l'esame almeno 2 volte.
   c) sostenga l'esame al massimo 2 volte.

5. Per 20 giorni un pendolare ha registrato i minuti di ritardo del treno per arrivare a Bari, ottenendo la seguente sequenza

   28 15 13 12 17 12 14 15 4 12 13 8 9 26 17 16 0 19 14 38

   Individuare la presenza di eventuali dati anomali o sospetti.

6. Un commercialista afferma di poter completare una dichiarazione dei redditi standard in meno di un'ora. Per un campione di 50 dichiarazioni, il commercialista impiega una media $\overline{X}$ di 62.2 minuti con una deviazione standard di $\sigma = 7.7$ minuti. Calcolare il $p-$value volendo testare l'ipotesi nulla $\mu \leq 60$.

7. Si supponga che il tempo trascorso dai clienti in un negozio sia una variabile aleatoria con densità normale con media incognita e deviazione standard $\sigma = 8$ minuti. Si supponga di aver stimato il tempo medio della popolazione tramite un intervallo di confidenza al 95% e di aver ottenuto il seguente risultato: $[22.06, 26.94]$. Qual è stata la dimensione del campione necessaria ad ottenere il precedente intervallo di confidenza?

Esame Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica
(Laurea in Ingegneria Gestionale)
Appello di Luglio 2019

Risolvere, a scelta, 5 dei seguenti quesiti, indicando sulla traccia i quesiti svolti.

1. Siano A e B eventi di uno stesso spazio campione. Noto che $P(B) = 1/4$, $P(A/B) = 1/6$, $P(A/\overline{B}) = 1/3$, calcolare $P(A)$ e $P(B/A)$.

2. Una variabile aleatoria X può assumere solo i valori $\{0, 1, 2, 3, 4\}$. Sapendo che X ha la stessa probabilità di assumere i valori $1, 2, 3, 4$ e che $E(X) = 1.5$, determinare $P(X = 0)$.

3. Una variabile aleatoria bidimensionale (X, Y) di tipo discreto è equidistribuita nelle sei coppie $(-1, -1)$, $(-1, 1)$, $(0, -1)$, $(0, 1)$, $(1, -1)$, e $(1, 1)$.
   a) Calcolare le densità di probabilità marginali di X e Y.
   b) Determinare la densità di probabilità della variabile aleatoria $Z = X - Y$.

4. Un'urna contiene 25 palle numerate da 1 a 25. Si estrae una palla a caso. Sia X la variabile aleatoria che assegna ad ogni palla la somma delle cifre del numero riportato su di essa. Determinare la funzione di densità di probabilità ed il valore atteso di X.

5. Un'azienda ha commissionato ad una società di software la riprogettazione del proprio sito web. Dopo che quest'ultimo è stato messo on-line vuole studiare gli effetti del rinnovo esaminando il numero di contatti giornaliero al sito. Sotto l'ipotesi che tali contatti abbiano densità normale $N(\mu, \sigma^2)$, viene selezionato un campione casuale di 10 giorni in cui il numero di contatti ha avuto media $\overline{X} = 545$ e deviazione standard campionaria $S = 271$. Costruire un intervallo di confidenza (a due lati) per il valore atteso μ, fissando $\alpha = 0.05$.

6. Un arciere afferma di poter scagliare una freccia contro un bersaglio di forma circolare e di colpire il centro ad una distanza media inferiore ad 1 centimentro. Si sottoponga a test l'ipotesi nulla $\mu \leq 1$ al 90% sapendo che, in 40 tiri, la distanza media è stata di 1.1 centimetri con deviazione standard $S = 0.15$ centimetri.

7. Calcolare i coefficienti della retta di regressione che approssima i seguenti valori

x_i	-2	-1	0	1	2
y_i	3	2	1	0	-1

Esame Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica
(Laurea in Ingegneria Gestionale)
I Appello di Settembre 2019

Risolvere, a scelta, 5 dei seguenti quesiti, indicando sulla traccia i quesiti svolti.

1. Siano A e B due eventi tali che $P(A) = P(B) = 2/3$. Dire se si è in grado di stabilire se A e B siano mutuamente esclusivi, giustificando la risposta.

2. Abbiamo due dadi truccati di cui il primo ha la faccia 1 che compare due volte e manca la faccia 6 mentre il secondo ha la faccia 6 che compare due volte e manca la faccia 1. Si descriva lo spazio campione dell'esperimento casuale consistente nel lancio contemporaneo dei due dadi e si calcolino le probabilità degli eventi elementari.

3. Una fabbrica, che indichiamo con A, produce 100 elettrodomestici al giorno dei quali un prodotto risulta essere difettoso con probabilità 1/20. Una seconda fabbrica, che indichiamo con B, produce 300 elettrodomestici al giorno dei quali un prodotto risulta essere difettoso con probabilità incognita p. Determinare p sapendo che, preso a caso un elettrodomestico prodotto in un giorno, la probabilità che sia difettoso è pari a 1/40.

4. All'arrivo nell'aeroporto internazionale di Bari, i passeggeri transitano per la dogana alla media di 2 ogni 30 secondi. Assumendo che il numero dei passeggeri che attraversano la dogana in un dato intervallo di tempo sia una variabile aleatoria con densità di Poisson, determinare la probabilità che non più di 2 passeggeri abbiano attraversato la dogana, sempre in un periodo di 30 secondi.

5. Dimostrare che, assegnato un campione aleatorio $X_1, X_2, \dots, X_n$ avente densità di Poisson con parametro λ, la stima di massima verosimiglianza per λ coincide con $\overline{X}$.

6. Determinare un intervallo di confidenza al 90% per la varianza σ^2 di un campione aleatorio di ampiezza 30 estratto da una popolazione con densità Normale e varianza campionaria $S^2 = 2$.

7. Tracciare il diagramma box-plot del seguente campione di dati

   25 7 0 10 18 3 9 12 6 11 20 5 15 13 4

Esame Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica
(Laurea in Ingegneria Gestionale)
II Appello di Settembre 2019

Risolvere, a scelta, 5 dei seguenti quesiti, indicando sulla traccia i quesiti svolti.

1. Due eventi A e B sono tali che $P(A) = P(B) = 3/8$, e $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1/2$. Calcolare $P(A \cap B)$.

2. Abbiamo due monete distinte, che indichiamo con A e B. La moneta A è regolare (ovvero le probabilità di ottenere testa o croce sono uguali), mentre la moneta B è **truccata**, infatti la probabilità di ottenere testa vale 0.7. Scegliamo una delle due monete a caso e la lanciamo.
a) Qual è la probabilità di ottenere testa?
b) Se otteniamo testa, qual è la probabilità che la moneta lanciata sia stata A?

3. Una variabile aleatoria X di tipo continuo ha densità
$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x+1}{2} & -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$
a) Mostrare che f è definita correttamente.
b) Calcolare $E(X)$.

4. Sia X una variabile aleatoria con densità di tipo normale con parametri (μ, σ^2), calcolare la probabilità che X sia compresa tra $\mu - 3\sigma$ e $\mu + 3\sigma$, ovvero $P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma)$.

5. Calcolare i quantili Q_1, Q_2 e Q_3 del seguente insieme di dati:
$$-5 \quad -4 \quad 2 \quad 3 \quad 5 \quad 4 \quad 0 \quad 3 \quad 8 \quad 1$$

6. Si misura la concentrazione nel sangue di una certa sostanza in un gruppo di 50 individui, ottenendo un valore medio $\overline{X} = 7.45$ (espresso in opportune unità di misura). Si assuma che il valore atteso sia incognito μ e che la varianza sia $\sigma^2 = 3$.
Si determini il $p-$value del test per l'ipotesi $H_0 \,:\, \mu = 6.9$.

7. Determinare un intervallo di confidenza al 95% per la varianza σ^2 di un campione aleatorio di ampiezza 20 estratto da una popolazione con densità Normale e varianza campionaria $S^2 = 4$.

Esame Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica
(Laurea in Ingegneria Gestionale)
Appello di Novembre 2019

Risolvere, a scelta, 5 dei seguenti quesiti, indicando sulla traccia i quesiti svolti.

1. Siano A e B due eventi indipendenti relativi allo stesso spazio campione tali che $P(A) = P(B)$. Calcolare $P(A)$ sapendo che $P(A \cup B) = 5/9$.

2. Una variabile aleatoria discreta bidimensionale (X, Y) ha la seguente funzione di probabilità congiunta

X \ Y	-2	0	2
-1	$1/10$	$1/10$	$3/10$
0	$1/30$	$1/30$	$1/10$
1	$1/15$	$1/15$	$1/5$

   1) Calcolare le funzioni densità di probabilità marginali delle singole variabili aleatorie X e Y;
   2) Calcolare $P(X = Y/XY = 0)$;
   3) Stabilire se le variabili aleatorie X e Y sono indipendenti.

3. La probabilità che nella pagina di un libro ci sia un errore di stampa è $p = 0.01$. Calcolare la probabilità che in un libro di 20 pagine ci siano esattamente due pagine con un errore di stampa.

4. In una fabbrica di elettrodomestici ci sono tre reparti di produzione, il primo, che indichiamo con A, produce un elettrodomestico difettoso con probabilità $1/40$, il secondo, che indichiamo con B, produce la metà dei prodotti di A, e di questi uno risulta essere difettoso con probabilità $1/30$, il terzo, che indichiamo con C, produce lo stesso numero di elettrodomestici di B e di questi uno risulta essere difettoso con probabilità $1/20$.
   a) Calcolare la probabilità che, scelto a caso un elettrodomestico, questo sia difettoso.
   b) Calcolare la probabilità che, sapendo che l'elettrodomestico scelto non è difettoso, questo sia stato prodotto nel reparto A.

5. Calcolare media, moda, mediana e deviazione standard S del seguente insieme di dati:

$$5 \ 4 \ 2 \ 0 \ -1 \ 3 \ 0 \ 2 \ -3 \ 1 \ 2 \ -1$$

6. Un atleta afferma di poter correre i 100 metri in 11.1 secondi. Considerando le ultime 20 gare, si trova che il tempo medio $\overline{X}$ è stato di 11.3 secondi con una deviazione standard campionaria di $S = 0.1$ secondi. Sottoporre a test l'ipotesi $\mu \leq 11.1$ con un livello di significatività dell'1% e del 10%.

7. Il tempo di connessione di un cliente al server di un provider è una variabile aleatoria con densità normale con valore atteso incognito e deviazione standard $\sigma = 10$ minuti. Si supponga di aver stimato il valore atteso tramite un intervallo di confidenza al 90% e di aver ottenuto il seguente risultato: $[10.01, 14.71]$. Qual è stata la dimensione del campione necessaria ad ottenere il precedente intervallo di confidenza?

Esame Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica
(Laurea in Ingegneria Gestionale)
Appello di Gennaio 2020

Risolvere, a scelta, 5 dei seguenti quesiti, indicando sulla traccia i quesiti svolti.

1. Siano A e B due eventi non mutuamente esclusivi relativi allo stesso spazio campione e tali che $P(A) = P(B)$.
   Calcolare $P(A)$ sapendo che $P(A \cup B) = 7/8$ e $P((\overline{A} \cap B) \cup (A \cap \overline{B})) = 1/2$.

2. Si estraggono contemporaneamente 4 carte da un mazzo di 52 carte francesi. Calcolare la probabilità di avere:
   a) quattro carte dello stesso seme;
   b) quattro figure;
   c) esattamente tre carte di uno stesso seme.

3. Considerata la funzione

$$f(x) = \begin{cases} C & -1 \leq x < 0 \\ C(1-x) & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

   a) Determinare la costante C in modo tale che $f(x)$ rappresenti la densità di probabilità di una variabile aleatoria continua X;
   b) Calcolare la funzione cumulativa $F(x)$;
   c) Calcolare $P(-0.5 \leq X \leq 0.5 | X \leq 0)$.

4. Il 30% dei fiori venduti da un vivaio sono rose e di queste il 40% sono gialle. Inoltre il 30% dei fiori venduti dal vivaio sono gialli. Determinare la probabilità p_1 che un fiore venduto dal vivaio sia una rosa gialla. Determinare inoltre la la probabilità p_2 che un fiore venduto dal vivaio sia giallo oppure sia una rosa.

5. Determinare un intervallo di confidenza al 95% per la varianza σ^2 di un campione aleatorio di ampiezza 15 estratto da una popolazione con densità Normale e varianza campionaria $S^2 = 4$.

6. Calcolare media, moda, mediana e deviazione standard S del seguente insieme di dati:

$$8 \;\; 0 \;\; 1 \;\; -3 \;\; 2 \;\; 4 \;\; -4 \;\; -1 \;\; 6 \;\; 2 \;\; 3 \;\; -3 \;\; 7 \;\; 3$$

7. Si misura la concentrazione nel sangue di una certa sostanza in un gruppo di 50 individui, ottenendo un valore medio $\overline{X} = 7.45$ (espresso in opportune unità di misura). Si assuma che il valore atteso sia incognito μ e che la varianza sia $\sigma^2 = 3$.
   Determinare i $p-$value del test per le ipotesi nulle
   a) $H_0 \; : \; \mu = 7.1$. b) $H_0 \; : \; \mu \geq 7.1$.
   Le ipotesi nulle sarebbero accettate con un livello di significatività del 10%?

Esame Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica
(Laurea in Ingegneria Gestionale)
Appello di Gennaio 2020

Risolvere, a scelta, 5 dei seguenti quesiti, indicando sulla traccia i quesiti svolti.

1. Siano A e B due eventi relativi allo stesso spazio campione non mutuamente esclusivi e tali che $P(B) = 2P(A)$.
   Calcolare $P(A)$ sapendo che $P(A \cup B) = 7/8$ e $P((\overline{A} \cap B) \cup (A \cap \overline{B})) = 1/2$.

2. Si estraggono contemporaneamente 4 carte da un mazzo di 52 carte francesi. Calcolare la probabilità di avere:
   a) una carta per ciascun seme;
   b) due carte di un seme e due di un altro seme;
   c) quattro K.

3. Supponiamo che un test diagnostico di una certa malattia dia una risposta positiva, quando l'individuo è affetto dalla malattia, nel 99% dei casi, mentre per un soggetto sano il test è negativo nel 98% dei casi. I dati statistici mostrano che un paziente su 1000 ha tale malattia. Si cerca la probabilità che un individuo abbia la malattia nell'ipotesi che il suo test dia esito positivo.

4. Sia X una variabile aleatoria di tipo normale con parametri (μ, σ^2). Calcolare il valore atteso μ sapendo che $P(X \leq 0) = P(X \geq 2)$ e sfruttando le proprietà di simmetria della funzione cumulativa.

5. Determinare un intervallo di confidenza al 90% per la varianza σ^2 di un campione aleatorio di ampiezza 20 estratto da una popolazione con densità Normale e varianza campionaria $S^2 = 5$.

6. Tracciare il diagramma box-plot del seguente campione di dati

$$-2 \quad 7 \quad 15 \quad -4 \quad 2 \quad 9 \quad -8 \quad 12 \quad 0 \quad 4 \quad -1 \quad -3 \quad 3 \quad 1$$

7. Si vuole verificare se le lattine di caffè confezionate automaticamente da una ditta contengono in media il peso dichiarato di 250 grammi. A tale scopo si prende un campione di 35 lattine, se ne pesa il contenuto, e si calcolano il peso medio $\overline{X} = 247$ grammi e la deviazione standard campionaria $S = 3.1$ grammi. Sottoporre a test l'ipotesi nulla $\mu \geq 250$ con livelli di significatività dell'1% e del 10%.

Esame Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica
(Laurea in Ingegneria Gestionale)
Appello di Gennaio 2020

Risolvere, a scelta, 5 dei seguenti quesiti, indicando sulla traccia i quesiti svolti.

1. Due arcieri tirano con l'arco a un medesimo bersaglio. La probabilità che il primo arciere colpisca il bersaglio è 9/10, quella del secondo arciere è 5/6. I due arcieri tirano contemporaneamente. Determinare la probabilità che
(a) entrambi gli arcieri colpiscano il bersaglio;
(b) solo uno dei due arcieri colpisca il bersaglio.

2. Una variabile aleatoria discreta bidimensionale (X, Y) ha la seguente funzione di probabilità congiunta

Y / X	0	1	2
-1	1/15	2/15	2/15
0	1/30	2/30	2/30
1	1/10	1/5	1/5

1) Verificare che la densità di probabilità congiunta è ben definita;
2) Calcolare le densità di probabilità marginali delle variabili aleatorie X e Y;
3) Calcolare $P(X = Y/XY = 0)$;
4) Stabilire se le variabili aleatorie X e Y sono indipendenti.

3. Definire lo spazio campione e le probabilità degli eventi elementari dell'esperimento casuale che consiste nel lancio di due dadi, il primo dei quali ha il valore 1 su tre facce, il valore 2 su due facce ed il valore 3 solo su una faccia, mentre il secondo ha i valori 1, 2 e 3 ognuno su due facce.

4. In una gabbia di 100 conigli ve ne sono 10 malati. Qual è la probabilità che, scegliendo a caso 4 conigli contemporaneamente, solo due siano malati?

5. Calcolare media, moda, mediana e deviazione standard S del seguente insieme di dati:

$$9 \;\; 1 \;\; 2 \;\; -2 \;\; 3 \;\; 5 \;\; -3 \;\; 0 \;\; 7 \;\; 3 \;\; 4 \;\; -2 \;\; 8 \;\; 4$$

6. Si vuole verificare se le lattine di caffè confezionate da una ditta contengono il peso dichiarato di 250 grammi. Si prende un campione di 40 lattine, se ne pesa il contenuto, e si calcolano il peso medio $\overline{X} = 248$ grammi e la deviazione standard $\sigma = 4.5$ grammi. Determinare il $p-$value. L'ipotesi nulla $\mu \geq 250$ sarebbe accettata con livelli di significatività dell'1% e del 10%?

7. Si è stimato il valore atteso μ di una una variabile aleatoria normale con varianza $\sigma^2 = 16$ tramite un intervallo di confidenza al 90% e di aver ottenuto $[10, 12.64]$. Qual è stata l'ampiezza del campione necessaria ad ottenere il suddetto intervallo di confidenza?
   Risolvere, se possibile, lo stesso esercizio ipotizzando che il campione non abbia densità di tipo normale.

Esame Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica
(Laurea in Ingegneria Gestionale)
Appello di Gennaio 2020

Risolvere, a scelta, 5 dei seguenti quesiti, indicando sulla traccia i quesiti svolti.

1. Siano A e B eventi di uno stesso spazio campione. Noto che $P(B) = 1/4$, $P(A/B) = 1/6$, $P(A/\overline{B}) = 1/3$, calcolare $P(A)$ e $P(B/A)$.

2. in un cassetto ci sono 8 calze bianche, 6 rosse e 2 blu, indistinguibili se non per il colore. Qual è la probabilità che, estratte due calze al buio, contemporaneamente e senza reimmissione,
a) esse siano le due blu?
b) esse siano entrambe rosse?
c) esse siano una rossa e una bianca.

3. Un sacchetto contiene 3 dadi, D1, D2 e D3. Il dado D1 non à truccato, il dado D2 ha solo i numeri pari (due facce con il 2, due con il 4 e due con il 6) e il dado D3 ha tre facce con il 2 e tre con il 6. Si estrae a caso uno dei dadi, viene lanciato ed esce il 6. Qual è la probabilità che sia stato estratto il dado D1?

4. Sia X una variabile aleatoria di tipo normale con parametri (μ, σ^2). Calcolare il valore atteso μ sapendo che $P(X \leq 1) = P(X \geq 3)$ e sfruttando le proprietà di simmetria della funzione cumulativa.

5. Identificare i dati anomali e/o sospetti nel seguente insieme di dati

$$14 \quad 12 \quad 24 \quad 15 \quad 0 \quad 13 \quad 15 \quad 31 \quad 13 \quad 16 \quad 14 \quad 10 \quad 15$$

6. Cinque ricercatori effettuano, in modo indipendente, la misura di una sbarra metallica e trovano i seguenti valori:

$$3.10 \quad 3.09 \quad 3.11 \quad 3.11 \quad 3.12.$$

Sottoporre a test l'ipotesi nulla $\mu = 3.10$ con un livello di significatività del 5%.

7. Si supponga che il tempo trascorso dai clienti in un negozio sia una variabile aleatoria con densità normale con valore atteso μ e deviazione standard $\sigma = 7$ minuti. Si supponga di aver stimato il valore atteso tramite un intervallo di confidenza al 99% e di aver ottenuto il seguente risultato: $[22.06, 29.27]$. Qual è stata la dimensione del campione necessaria ad ottenere il precedente intervallo di confidenza?
Risolvere, se possibile, lo stesso esercizio ipotizzando che il campione non abbia densità di tipo normale.

Esame Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica
(Laurea in Ingegneria Gestionale)
Appello di Gennaio 2020

Risolvere, a scelta, 5 dei seguenti quesiti, indicando sulla traccia i quesiti svolti.

1. Siano A e B due eventi indipendenti relativi allo stesso spazio campione. Calcolare la probabilità $P(A)$ sapendo che $P(B) = 3/4$ e $P(A \cup B) = 9/10$.
   Risolvere nuovamente l'esercizio ponendo $P(A \cup B) = 3/5$.

2. Da un mazzo di 52 carte se ne estraggono 5 contemporaneamente e senza reimmissione. Qual è la probabilità che si abbia un poker (cioè 4 carte con lo stesso valore)?

3. Consideriamo 5 urne. Due hanno di queste contengono 2 palle bianche e una nera, altre due contengono 3 palle bianche e una nera, l'ultima urna, infine, contiene 10 palle nere. Si sceglie a caso un'urna e da essa si estrae una palla. Con che probabilità la palla è estratta da una delle due urne contenenti 3 palle bianche e una nera, sapendo che la palla estratta è nera?

4. Una variabile aleatoria discreta bidimensionale (X, Y) ha la seguente funzione di probabilità congiunta

X \ Y	-1	0	1
-1	$1/8$	$1/4$	$1/8$
0	$1/32$	$1/16$	$1/32$
1	$3/32$	$3/16$	$3/32$

   1) Verificare che la densità di probabilità congiunta è ben definita;
   2) Calcolare le densità di probabilità marginali delle variabili aleatorie X e Y;
   3) Calcolare $P(X = Y / XY = 1)$;
   4) Stabilire se le variabili aleatorie X e Y sono indipendenti.

5. Calcolare i coefficienti della retta di regressione che approssima i seguenti valori

x_i	-2	-1	0	1	2
y_i	0	1	2	3	4

6. Determinare un intervallo di confidenza al 99% per il valore atteso μ di un campione aleatorio di ampiezza 100 estratto da una popolazione con media campionaria $\overline{X} = 16$ e varianza $\sigma^2 = 16$. Determinare l'ampiezza del campione aleatorio volendo ottenere un intervallo di confidenza al 90% della stessa lunghezza e supponendo invariate sia $\overline{X}$ che σ^2.

7. Si misura la concentrazione nel sangue di una certa sostanza in un gruppo di 50 individui, ottenendo un valore medio $\overline{X} = 7.45$. Si assuma che il valore atteso μ sia incognito e che la varianza sia $\sigma^2 = 5$. Determinare i $p-$value del test per le ipotesi nulle
   a) $H_0 \ : \ \mu \leq 7.1$. b) $H_0 \ : \ \mu \geq 7.1$.

Esame Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica
(Laurea in Ingegneria Gestionale)
Appello di Gennaio 2020

Risolvere, a scelta, 5 dei seguenti quesiti, indicando sulla traccia i quesiti svolti.

1. Siano A e B due eventi indipendenti relativi allo stesso spazio campione tali che $P(A) = P(B)$. Calcolare $P(A)$ sapendo che $P(A \cup B) = 7/16$.

2. Amelia, Beatrice e Caterina colpiscono un bersaglio con probabilità, rispettivamente, 1/3, 1/6 e 1/9.
   a) Qual è la probabilità che il bersaglio venga colpito esattamente solo da due di loro?
   b) Sapendo che il bersaglio è stato colpito da due tiratrici qual è la probabilità che siano state Beatrice e Caterina?

3. Calcolare la probabilità di fare un terno al lotto giocando 4 numeri su una ruota prefissata. E quale la probabilità da fare quaterna? (Si ricordi che al gioco del lotto su ogni ruota sono estratti 5 numeri).

4. Considerata la funzione

$$f(x) = \begin{cases} Cx & 0 \leq x < 1 \\ C(2-x) & 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

   a) Determinare la costante C in modo tale che $f(x)$ rappresenti la densità di probabilità di una variabile aleatoria continua X;
   b) Calcolare la funzione cumulativa $F(x)$;
   c) Calcolare $P(0.5 \leq X \leq 1 | X \leq 1)$.

5. Abbiamo un campione di 64 dati estratti da una popolazione avente valore atteso incognito μ e varianza nota $\sigma^2 = 9$. Sapendo che la media del campione vale $\overline{X} = 6.35$, si determinino gli intervalli di confidenza per μ al 10% e all'1%.

6. Calcolare i coefficienti della retta di regressione che approssima i seguenti dati

x_i	-2	-1	0	1	2
y_i	-3	-2	-1	0	1

7. Cinque ricercatori effettuano, in modo indipendente, la misura di un'asta metallica e trovano i seguenti valori:

$$4.20 \quad 4.19 \quad 4.21 \quad 4.21 \quad 4.22.$$

   Sottoporre a test l'ipotesi nulla $\mu = 4.20$ con un livello di significatività dell'1%.

Esame Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica
(Laurea in Ingegneria Gestionale)
I Appello di Febbraio 2020

Risolvere, a scelta ed **in modo comprensibile**, 5 dei seguenti quesiti, indicando sulla traccia i quesiti svolti.

1. Siano A e B due eventi mutuamente esclusivi relativi allo stesso spazio campione. Sia C un terzo evento relativo allo stesso spazio campione tale che $P(A \cap C) = P(B \cap C) = 1/5$. Calcolare la probabilità di C sapendo che $P(\overline{A} \cap \overline{B} \cap C) = 1/2$.

2. Una moneta non truccata viene lanciata per cinque volte e sappiamo che al primo lancio il risultato è testa. Calcolare la probabilità che:
   a) nei cinque lanci siano uscite almeno 2 teste;
   b) nei cinque lanci non sia mai uscita una testa;
   c) nell'ultimo lancio non sia uscita testa.

3. In una località marittima il 40% dei bagnanti è di sesso maschile. Una parte dei bagnanti usa una crema solare; in particolare il 15% degli uomini fa uso di crema così come il 40% delle donne. Qual è la probabilità che un bagnante sia maschio sapendo che usa la crema.

4. Si consideri l'esperimento casuale consistente nel lancio di una coppia di dadi non truccati ed il relativo spazio campione S. Indicato con (i, j) il generico evento elementare appartenente ad S si definisca la seguente variabile aleatoria discreta
$$X(i, j) = |i - j|.$$
   Determinare il range e la densità di probabilità di X.

5. Considerata la funzione
$$f(x) = \begin{cases} C|x| & -2 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$
   a) Determinare la costante C in modo tale che $f(x)$ rappresenti la densità di probabilità della variabile aleatoria continua X;
   b) Dedurre (senza calcoli) che $E(X) = 0$;
   c) Calcolare $P(|X| \leq 1)$.

6. Per 20 giorni vengono rilevati i consumi complessivi di energia elettrica di una casa. I dati ottenuti, espressi in KW,

1.0	1.1	1.1	1.2	1.3	1.3	1.4	1.4	1.4	1.5
1.5	1.6	1.6	1.6	1.7	1.8	1.8	1.9	2.0	2.1

   Supponendo che il consumo assuma valori reali identificare il numero di classi che individuano l'insieme (approssimare per eccesso se il valore trovato non è intero), le classi e le relative frequenze assolute senza tracciare il relativo istogramma.

7. Abbiamo un campione di 16 dati estratti da una popolazione avente valore atteso incognito μ e deviazione standard campionaria $S = 16$. Sapendo che la media del campione vale $\overline{X} = 16.35$, determinare gli intervalli di confidenza per μ al 10% e al 5%.

Esame Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica
(Laurea in Ingegneria Gestionale)
I Appello di Febbraio 2020

Risolvere, a scelta ed **in modo comprensibile**, 5 dei seguenti quesiti, indicando sulla traccia i quesiti svolti.

1. Siano A e B due eventi indipendenti e tali che $P(A) = P(B) = 1/3$. Calcolare $P(\overline{A} \cap B)$.

2. Da un comune mazzo di 52 carte francesi vengono estratte 5 carte (contemporaneamente e senza reimmissione). È più probabile che tre di queste appartengano allo stesso seme oppure che due di queste siano una figura?

3. L'urna A contiene 2 palline bianche e 3 nere; l'urna B ne contiene 4 bianche e 1 nera; l'urna C ne contiene 3 bianche e 4 nere. Si sceglie a caso un'urna, e si estrae una pallina nera. Calcolare la probabilità che essa provenga dall'urna C.

4. Si consideri l'esperimento casuale consistente nel lancio di una coppia di dadi non truccati ed il relativo spazio campione S. Indicato con (i, j) il generico evento elementare appartenente ad S si definisca la seguente variabile aleatoria discreta

$$X(i, j) = \max\{i, j\}.$$

Determinare il range e la densità di probabilità di X.

5. Considerata la funzione

$$f(x) = \begin{cases} C|x| & -3 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

a) Determinare la costante C in modo tale che $f(x)$ rappresenti la densità di probabilità di una variabile aleatoria continua X;
b) Dedurre (senza calcoli) che $E(X) = 0$;
c) Calcolare $P(|X| \leq 2)$.

6. Per 25 giorni vengono rilevati i consumi complessivi di energia elettrica di una casa. I dati ottenuti, espressi in KW,

1.0	1.0	1.1	1.1	1.2	1.2	1.3	1.3	1.4	1.4	1.4	1.5	1.5
1.5	1.6	1.6	1.6	1.6	1.7	1.8	1.8	1.9	2.0	2.0	2.1	

Supponendo che il consumo assuma valori reali identificare il numero di classi che individuano l'insieme (approssimare per eccesso se il valore trovato non è intero), le classi e le relative frequenze assolute senza tracciare il relativo istogramma.

7. Abbiamo un campione di 15 dati estratti da una popolazione avente valore atteso incognito μ e deviazione standard campionaria $S = 15$. Sapendo che la media del campione vale $\overline{X} = 10.35$, determinare gli intervalli di confidenza per μ al 10% e all'1%.

Esame Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica
(Laurea in Ingegneria Gestionale)
I Appello di Febbraio 2020

Risolvere, a scelta ed **in modo comprensibile**, 5 dei seguenti quesiti, indicando sulla traccia i quesiti svolti.

1. Due eventi A e B sono tali che $P(A) = P(B) = 3/8$, e $P(A \cup B) = 1/2$. Calcolare $P(\overline{A} \cap B)$.

2. Da un mazzo di carte francesi vengono tirate fuori le figure (ovvero J, Q e K) ottenendo 40 carte tutte con valori numerici. Da queste ne vengono estratte 4 contemporaneamente e senza reimmissione. È più probabile che siano tutte pari o che i valori siano due dispari e due pari? Considerare che l'asso, ovviamente, vale 1.

3. Al montaggio di 100 apparecchiature uguali contribuiscono tre tecnici con abilità differenti. Il primo tecnico monta 25 apparecchiature, che al collaudo risultano perfette nel 90% dei casi; il secondo ne monta 43, perfette all'80%, e il terzo ne monta 32, perfette nel 70% dei casi. Si vuole determinare la probabilità che un apparecchio di buona qualità, scelto a caso, sia stato montato del terzo tecnico.

4. Si consideri l'esperimento casuale consistente nel lancio di una coppia di dadi non truccati ed il relativo spazio campione S. Indicato con (i, j) il generico evento elementare appartenente ad S si definisca la seguente variabile aleatoria discreta
$$X(i, j) = \min\{i, j\}.$$
Determinare il range e la densità di probabilità di X.

5. Considerata la funzione
$$f(x) = \begin{cases} C|x| & -4 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$
a) Determinare la costante C in modo tale che $f(x)$ rappresenti la densità di probabilità di una variabile aleatoria continua X;
b) Dedurre (senza calcoli) che $E(X) = 0$;
c) Calcolare $P(|X| \leq 3)$.

6. Per 30 giorni vengono rilevati i consumi complessivi di energia elettrica di una casa. I dati ottenuti, espressi in KW, sono i seguenti:

1.0	1.0	1.1	1.1	1.2	1.2	1.3	1.3	1.3	1.4	1.4	1.4	1.5	1.5	1.5
1.5	1.6	1.6	1.6	1.6	1.7	1.7	1.8	1.8	1.9	1.9	2.0	2.0	2.1	2.1

   Supponendo che il consumo assuma valori reali identificare il numero di classi che individuano l'insieme (approssimare per eccesso se il valore trovato non è intero), le classi e le relative frequenze assolute senza tracciare il relativo istogramma.

7. Abbiamo un campione di 12 dati estratti da una popolazione avente valore atteso incognito μ e deviazione standard campionaria $S = 12$. Sapendo che la media del campione vale $\overline{X} = 16.35$, determinare gli intervalli di confidenza per μ al 5% e all'1%.

Esame Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica
(Laurea in Ingegneria Gestionale)
II Appello di Febbraio 2020

Risolvere, a scelta ed **in modo comprensibile**, 5 dei seguenti quesiti, indicando sulla traccia i quesiti svolti.

1. Siano A e B due eventi tali che $P(A) = P(B) = 2/3$. Dire se si è in grado di stabilire se A e B siano mutuamente esclusivi, giustificando la risposta.

2. Calcolare il numero di cinquine che si possono formare con i 90 numeri della tombola e che contengano il terno $8, 24$ e 66.

3. Un tiratore per esercitarsi sceglie a caso uno tra due bersagli A e B, con uguale probabilità. Una volta fatta la scelta, la probabilità di colpire il bersaglio A è $1/2$, e quella di colpire il bersaglio B è $3/4$. Calcolare la probabilità di fare due centri consecutivi.

4. Un primo dado viene lanciato due volte e si sommano i risultati ottenuti nei due lanci. Viene quindi lanciato una sola volta un secondo dado. Calcolare la probabilità che i punteggi ottenuti dai due dadi siano entrambi uguali a 6.

5. Una variabile aleatoria X di tipo continuo ha densità uniforme nell'intervallo $[-1, 5]$.
   a) Calcolare valore atteso e varianza di X.
   b) Calcolare $P(-1 \leq X \leq 2 | X \geq 0)$.

6. Individuare eventuali dati anomali o sospetti nella seguente sequenza

   9.0 8.5 16.0 8.4 8.7 8.6 7.0 8.5 2.0 12.0 8.1 0.0 9.5 10.0 8.0 8.5

7. Ad un paziente viene misurata per sette giorni la pressione arteriosa sistolica ottenendo i seguenti valori

   127 128 127 129 130 129 127

   Sottoporre a test l'ipotesi nulla $\mu = 129$ con livello di significatività del 10%.

Esame Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica
(Laurea in Ingegneria Gestionale)
II Appello di Febbraio 2020

Risolvere, a scelta ed **in modo comprensibile**, 5 dei seguenti quesiti, indicando sulla traccia i quesiti svolti.

1. Siano A e B due eventi appartenenti allo stesso spazio campione tali che $P(A) = P(B)$. Calcolare $P(A)$ sapendo che $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = 4/5$ e $P(\overline{A} \cap B) = 1/4$.

2. In un sacchetto ci sono 8 monete normali e 2 truccate che presentano la testa su entrambi i lati. Viene estratta a caso una moneta che viene lanciata. Sapendo che è uscita testa calcolare la probabilità che la monneta estratta sia stata una di quelle truccate.

3. In un'urna ci sono 5 palle azzurre, 4 rosse e 3 bianche. Vengono estratte tre palle in sequenza e senza reintroduzione. Calcolare la probabilità che siano di tre colori diversi.

4. Si consideri il seguente esperimento. Si lancia prima una moneta e, se esce testa, si lancia un dado, mentre se esce croce si lanciano due dadi. Individuare lo spazio campione di tale esperimento (ovvero l'insieme degli eventi elementari). Gli eventi elementari sono equiprobabili?

5. Sia X una variabile aleatoria caratterizzata dalla funzione densità di probabilità

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{a}{2x} & 1 \leq x \leq e \\ \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

   a) Quale deve essere il valore della costante a affinchè la funzione $f(x)$ sia effettivamente una densità di probabilità?
   b) Calcolare valore atteso e varianza di X.

6. Calcolare media, moda, mediana e deviazione standard S del seguente insieme di dati:

$$7 \;\; 6 \;\; 4 \;\; 2 \;\; 1 \;\; 5 \;\; 2 \;\; 4 \;\; -1 \;\; 3 \;\; 4 \;\; 1$$

7. Si vuole sottoporre a verifica la seguente affermazione: il peso medio degli abitanti adulti di una certa nazione ha valore atteso $\mu = 72$ chilogrammi. A questo scopo si considera un campione casuale di 100 individui, che vengono pesati. Si ottiene un peso medio campionario $\overline{X} = 73.8$ chilogrammi con deviazione standard campionaria $S = 8$. Sottoporre a test l'ipotesi nulla $\mu = 72$ utilizzando la tecnica del $p-$value e con livello di significatività dell'1%. Se l'ampiezza del campione fosse stata 300 la conclusione sarebbe stata diversa?

Esame Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica
(Laurea in Ingegneria Gestionale)
II Appello di Febbraio 2020

Risolvere, a scelta ed **in modo comprensibile**, 5 dei seguenti quesiti, indicando sulla traccia i quesiti svolti.

1. Siano A e B due eventi indipendenti relativi allo stesso spazio campione tali che $P(A) = P(B)$. Calcolare $P(A)$ sapendo che $P(A \cup B) = 7/16$.

2. Il consiglio di amministrazione di una società è composto dal presidente, dall'amministratore delegato e da 8 membri tutti eletti dall'assemblea dei soci. In quanti modi è possibile comporre il consiglio sapendo che ci sono 3 candidati alla carica di presidente, 5 a quella di amministratore delegato e 50 per i restanti 8 posti?

3. Si consideri il seguente esperimento. Si lancia prima un dado e, se esce un numero pari, si lancia una moneta, mentre se esce un numero dispari si lanciano due monete. Individuare lo spazio campione di tale esperimento (ovvero l'insieme degli eventi elementari). Gli eventi elementari sono equiprobabili?

4. In un sacchetto ci sono due monete, una normale ed una truccata in modo tale che la probabilità che esca testa è p, $p \neq 1/2$. Calcolare il valore di p sapendo che, estratta a caso una moneta, la probabilità che la moneta estratta sia quella truccata sapendo che è uscita testa è $1/3$.

5. Una variabile aleatoria bidimensionale di tipo discreto ha distribuzione

$$f(x, y) = \frac{2}{5(x + y)}, \qquad (x, y) = (1, 1), (1, 0), (0, 1).$$

   a) Provare che la funzione densità di probabilità è definita correttamente.
   b) Calcolare la covarianza tra le variabili aleatorie X e Y.
   c) Calcolare $P(X \leq Y | X + Y = 1)$.

6. Calcolare media, moda, mediana e deviazione standard S del seguente insieme di dati:

$$4 \ \ 3 \ \ 1 \ \ -1 \ \ -2 \ \ 2 \ \ -1 \ \ 1 \ \ -2 \ \ 0 \ \ 1 \ \ -2$$

7. Un ricercatore intende saggiare, con livello di significatività del 5%, l'affermazione di una ditta farmaceutica secondo la quale il tempo che intercorre tra l'assunzione di un farmaco e la manifestazione dei primi effetti è al più di 4 minuti. A questo scopo considera un campione casuale di 100 pazienti e trova che in media il tempo necessario per riscontrare efficacia nel farmaco è di 4.1 minuti, con deviazione standard campionaria $S = 0.6$ minuti. Sottoporre a test l'iporesi nulla $\mu \leq 4$ calcolando il $p-$value.
   Ripetere l'esercizio considerando $S = 0.64$.

Esame Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica
(Laurea in Ingegneria Gestionale)
II Appello di Febbraio 2020

Risolvere, a scelta ed **in modo comprensibile**, 5 dei seguenti quesiti, indicando sulla traccia i quesiti svolti.

1. Siano A e B due eventi non mutuamente esclusivi relativi allo stesso spazio campione e tali che $P(A) = P(B)$.
   Calcolare $P(A)$ sapendo che $P(A \cup B) = 7/8$ e $P((\overline{A} \cap B) \cup (A \cap \overline{B})) = 1/2$.

2. Nel sistema di numerazione decimale quanti numeri naturali di 5 cifre iniziano e finiscono con una cifra dispari?

3. Si consideri il seguente esperimento. Si lanciano prima due monete e, se escono due facce uguali, si lancia un dado, mentre se escono due facce diverse si lanciano due dadi. Individuare lo spazio campione di tale esperimento (ovvero l'insieme degli eventi elementari). Gli eventi elementari sono equiprobabili?

4. Ci sono due autobus urbani, uno della linea A e uno della linea B, che per un tratto fanno la medesima strada. Sull'autobus A ci sono 30 passeggeri di cui 25 con il biglietto e 5 senza, mentre sull'autobus B ci sono 15 passeggeri di cui 10 con il biglietto e 5 senza. Alla fermata solo un passeggero scende dall'autobus A e sale sull'autobus B mentre gli altri rimangono sugli autobus. Alla fermata successiva sull'autobus B sale un controllore che controlla un passeggero trovandolo senza biglietto. Calcolare la probabilità che sia proprio il passeggero che era sull'autobus A.

5. Una variabile aleatoria di tipo continuo ha densità di probabilità

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ \dfrac{c}{x^4} & 1 \leq x \leq \infty. \end{cases}$$

   a) Determinare la costante c in modo tale che la funzione sia definita correttamente.
   b) Calcolare il valore atteso di X.

6. Individuare eventuali dati anomali o sospetti nella seguente sequenza

   3.5 4.2 4.6 0.0 4.5 5.5 4.1 5.0 4.3 6.0 4.1 4.6 4.0 1.0 4.5

7. Ad un paziente viene misurata per sette giorni la pressione arteriosa sistolica ottenendo i seguenti valori

   128 127 128 129 130 132 127

   Sottoporre a test l'ipotesi nulla $\mu = 128$ con livello di significatività del 5%.

Esame Scritto di Calcolo delle Probabilità e Statistica
(Laurea in Ingegneria Gestionale)
II Appello di Febbraio 2020

Risolvere, a scelta ed **in modo comprensibile**, 5 dei seguenti quesiti, indicando sulla traccia i quesiti svolti.

1. È maggiore la probabilità di estrarre tre carte di cuori da un mazzo di carte francesi da 52 carte prendendole tutte e tre insieme oppure estraendole in sequenza una dopo l'altra senza restituzione?

2. In un contenitore ci sono 5 palline nere, 3 azzurre e 2 rosse. Vengono estratte in sequenza due palline senza restituzione. Calcolare la probabilità che la seconda pallina estratta sia rossa.

3. Una variabile aleatoria X può assumere solo i valori $\{0, 1, 2, 3, 4\}$. Sapendo che X ha la stessa probabilità di assumere i valori $1, 2, 3, 4$ e che $E(X) = 1$, determinare $P(X = 0)$.

4. Una variabile aleatoria X di tipo continuo ha densità
$$f(x) = \begin{cases} C(x+1) & -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$
a) Determinare il valore della costante C in modo tale che $f(x)$ rappresenti correttamente una funzione densità di probabilità.
b) Calcolare $E(X)$ e $V(X)$.
c) Calcolare $P(-2 \leq X \leq 0.5 | X \geq 0)$.

5. Sia X una variabile aleatoria normale con parametri (μ, σ^2). Calcolare valore atteso e varianza sapendo che $P(X \leq 1) = 0.5$ e $P(X \geq 2) = 0.15866$.

6. Un campione di 20 alberghi italiani presenta un numero di letti pari in media a 70, con deviazione standard campionaria $S = 25$. Sapendo che gli alberghi contano in media 61 letti:
a) sottoporre a test l'ipotesi nulla $\mu = 70$ al livello di significatività dell'1%;
b) sottoporre a test la stessa ipotesi rispetto ad un campione di ampiezza 100.

7. Scrivere una sequenza composta almeno da 10 numeri interi (non tutti uguali) che abbia media, moda e mediana coincidenti.