Esame Scritto di Ricerca Operativa
(Laurea di Specialistica in Ingegneria Informatica)
(Laurea di Specialistica in Ingegneria dell'Automazione)
(Laurea di Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
I Appello di Luglio 2008-Traccia A

1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{array}{lllll} \multicolumn{5}{l}{\min\ Z = 2x_1 + x_2 + 2x_3} \\ 3x_1 & +2x_2 & +x_3 & \geq & 5 \\ 2x_1 & +x_2 & +x_3 & \geq & 1 \\ x_1 & +x_2 & +x_3 & \leq & 2 \\ \multicolumn{5}{l}{x_1, x_2, x_3 \geq 0.} \end{array}$$

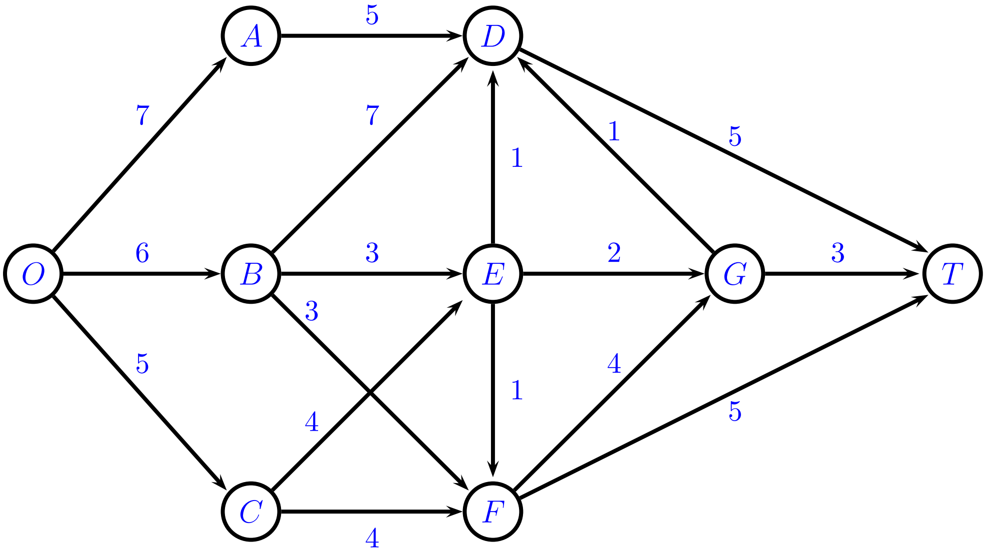
   (a) Applicare il metodo del simplesso a due fasi, scrivere il vettore soluzione in forma non aumentata ed il valore minimo della funzione obiettivo;
   (b) Spiegare perchè non è possibile utilizzare le eventuali variabili surplus come variabili base nella BFS iniziale.

2. Risolvere il problema del trasporto con tre sorgenti, con offerta rispettivamente $20, 30$ e 50, tre destinazioni con domanda 20, 20 e 60 e con matrice dei costi

$$C = \begin{bmatrix} - & 6 & 4 \\ 5 & 5 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

   determinando le quantità di merci da inviare dalle sorgenti alle destinazioni affinchè il costo sia minimo. Spiegare se la BFS iniziale è degenere.

3. Determinare, nella seguente rete, il cammino minimo (oppure i cammini minimi) che unisce i nodi O e T:



Nel caso in cui il cammino minimo non sia unico verificare se sia possibile ottenerne uno solo eliminando uno degli archi.

4. Supponendo che la rete dell'esercizio precedente non sia orientata trovare il minimo albero ricoprente. Dire se l'albero trovato è unico e controllare se, cancellando un collegamento, la soluzione possa essere unica.

Esame Scritto di Ricerca Operativa
(Laurea di Specialistica in Ingegneria Informatica)
(Laurea di Specialistica in Ingegneria dell'Automazione)
(Laurea di Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
I Appello di Luglio 2008-Traccia B

1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{array}{l} \min \;\; Z = 2x_1 + x_2 + 2x_3 \\ \begin{array}{llllll} 3x_1 & +2x_2 & +x_3 & \geq & 4 \\ 2x_1 & +x_2 & +x_3 & \geq & 1 \\ x_1 & +x_2 & +x_3 & \leq & 2 \end{array} \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{array}$$

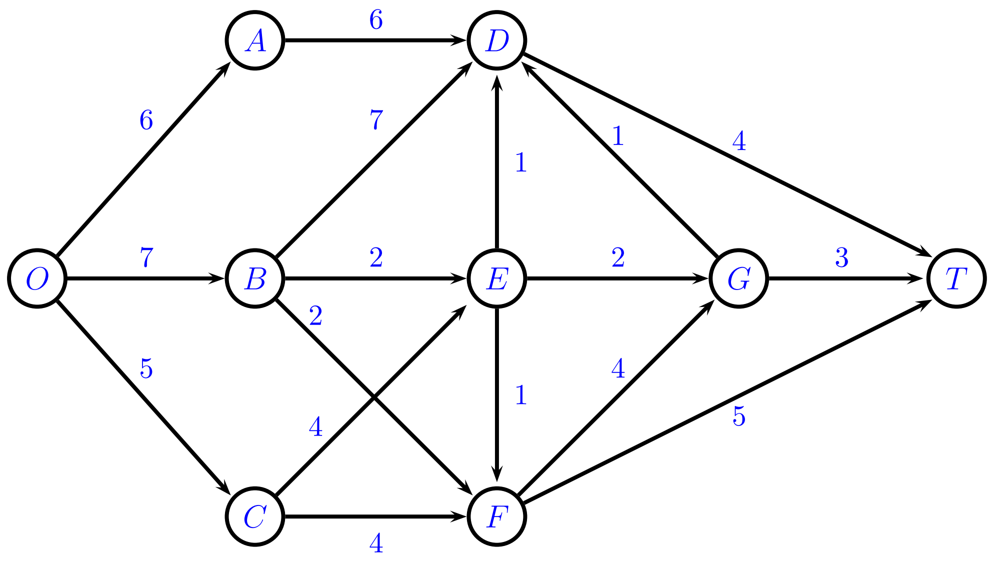
   (a) Applicare il metodo del simplesso a due fasi, scrivere il vettore soluzione in forma non aumentata ed il valore minimo della funzione obiettivo;
   (b) Spiegare perchè non è possibile utilizzare le eventuali variabili surplus come variabili base nella BFS iniziale.

2. Risolvere il problema del trasporto con 3 sorgenti, con offerta rispettivamente $20, 30$ e 50, 3 destinazioni con domanda 20, 20 e 60 e con matrice dei costi

$$C = \begin{bmatrix} - & 7 & 5 \\ 6 & 6 & 4 \\ 3 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

   determinando le quantità di merci da inviare dalle sorgenti alle destinazioni affinchè il costo sia minimo. Spiegare se la BFS iniziale è degenere.

3. Determinare, nella seguente rete, il cammino minimo (oppure i cammini minimi) che unisce i nodi O e T:



Nel caso in cui il cammino minimo non sia unico verificare se sia possibile ottenerne uno solo eliminando uno degli archi.

4. Supponendo che la rete dell'esercizio precedente non sia orientata trovare il minimo albero ricoprente. Dire se l'albero trovato è unico e controllare se, cancellando un collegamento, la soluzione possa essere unica.

Esame Scritto di Ricerca Operativa
(Laurea di Specialistica in Ingegneria Informatica)
(Laurea di Specialistica in Ingegneria dell'Automazione)
(Laurea di Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
II Appello di Luglio 2008

1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{array}{lllll} \max \ Z = 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 & & & & \\ x_1 & +x_2 & +x_3 & \leq & 2 \\ 2x_1 & +3x_2 & +8x_3 & \leq & 12 \\ 4x_1 & -2x_2 & & \leq & 4 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0. & & & & \end{array}$$

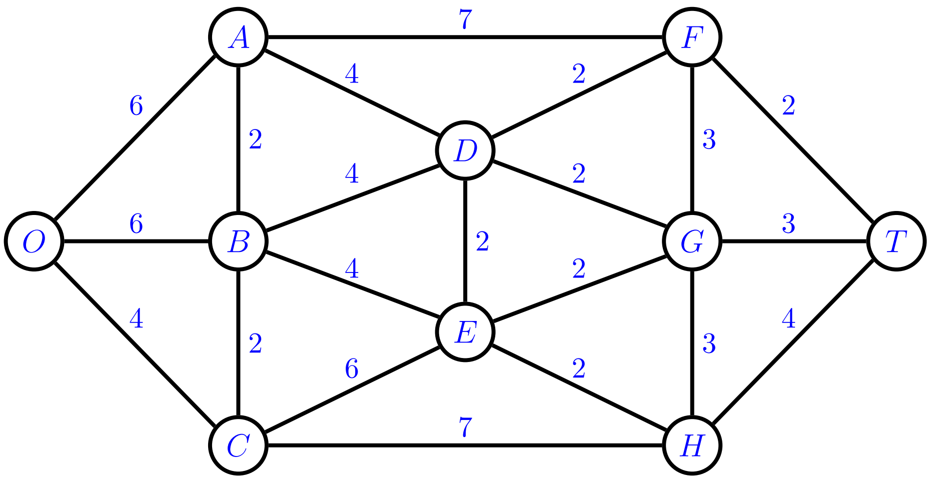
   (a) Determinare il vettore soluzione ed il valore massimo della funzione obiettivo utilizzando il metodo del simplesso;
   (b) Spiegare come si sarebbe risolto il problema di massimo aggiungendo i seguenti vincoli:
   • x_1 intera;
   • $x_2 \in \mathbb{R}$ (al posto del vincolo $x_2 \geq 0$).

2. Considerare il problema del trasporto con quattro sorgenti, con offerta rispettivamente $50, 40, 30$ e 30, tre destinazioni con domanda 20, 30 e 60, e con matrice dei costi

$$C = \begin{bmatrix} 4 & 6 & 3 \\ 6 & 3 & 7 \\ 4 & 7 & 8 \\ 2 & 5 & 2 \end{bmatrix}.$$

   Determinare le BFS ammissibili utilizzando la regola di Nord-Ovest ed i metodi di Russell e Vogel e, partendo dalla migliore di tali BFS, applicare il metodo del simplesso per determinare le quantità di merce da inviare dalle sorgenti alle destinazioni affinchè il costo sia minimo. Determinare il valore di tale costo minimo.

3. Determinare, nella seguente rete non orientata, i cammini minimi che uniscono i nodi O e T:



4. Applicare il metodo ungherese per risolvere il problema di assegnamento definito dalla seguente matrice dei costi:

$$\begin{bmatrix} - & 6 & 5 & 3 & 4 & 4 \\ 4 & - & 6 & 5 & 4 & 8 \\ 3 & 6 & 2 & - & 4 & 7 \\ 7 & 3 & 2 & 1 & 5 & 5 \\ 5 & 5 & 6 & 5 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

Esame Scritto di Ricerca Operativa
(Laurea Specialistica in Ingegneria Informatica)
(Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione)
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
I Appello di Settembre 2008

1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{array}{llll} \min\ Z = 3x_1 + 4x_3 & & & \\ x_1 \quad +x_2 & +x_3 & = & 5 \\ x_1 \quad -x_2 & +x_3 & \leq & 4 \\ x_1 \quad +2x_2 & +2x_3 & \leq & 8 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0. & & & \end{array}$$

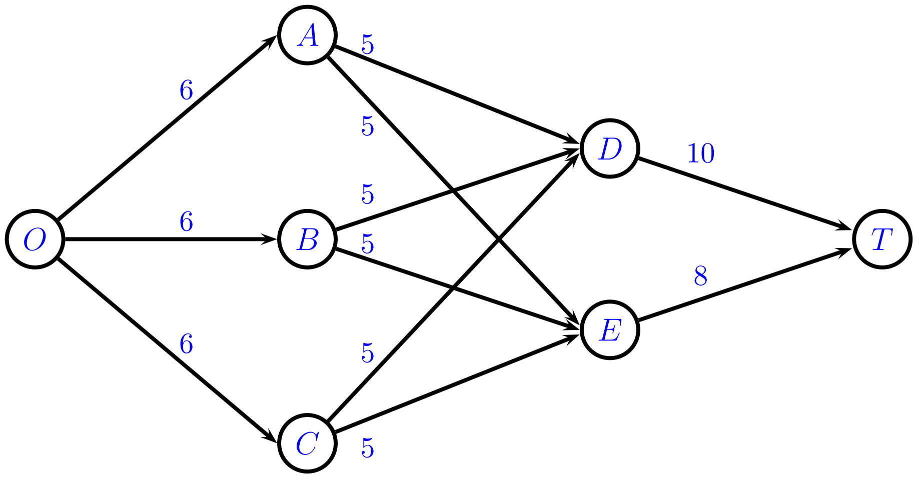
   (a) Determinare il vettore soluzione utilizzando il metodo del simplesso a due fasi;
   (b) Spiegare la necessità di introdurre le variabili artificiali.

2. Risolvere il problema del trasporto con due sorgenti, aventi entrambe offerta pari a 50, tre destinazioni con domanda 20, 30 e 50 e con matrice dei costi

$$C = \begin{bmatrix} 6 & - & 7 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

   determinando le quantità di merci da inviare dalle sorgenti alle destinazioni affinchè il costo sia minimo.

3. Determinare l'insieme dei cammini aumentanti in modo tale che il valore del massimo flusso tra i nodi O e T nella seguente rete sia uguale a 18:



4. Un parco ha 6 punti di accesso individuati con lettere da A ad F. Al fine di migliorare l'accesso si devono asfaltare alcune strade che li collegano in modo tale che da ogni punto di accesso siano raggiungibili, su strada asfaltata, tutti gli altri. Per limitare l'impatto ambientale si vuole minimizzare la lunghezza delle strade da asfaltare. Determinare quali sono le strade da asfaltare per raggiungere tale obiettivo sapendo che le distanze tra i punti di accesso sono riportate nella seguente tabella:

	A	B	C	D	E	F
A		10	6	4	5	6
B			7	3	2	8
C				3	8	6
D					4	5
E						6

Esame Scritto di Ricerca Operativa
(Laurea Specialistica in Ingegneria Informatica)
(Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione)
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
II Appello di Settembre 2008

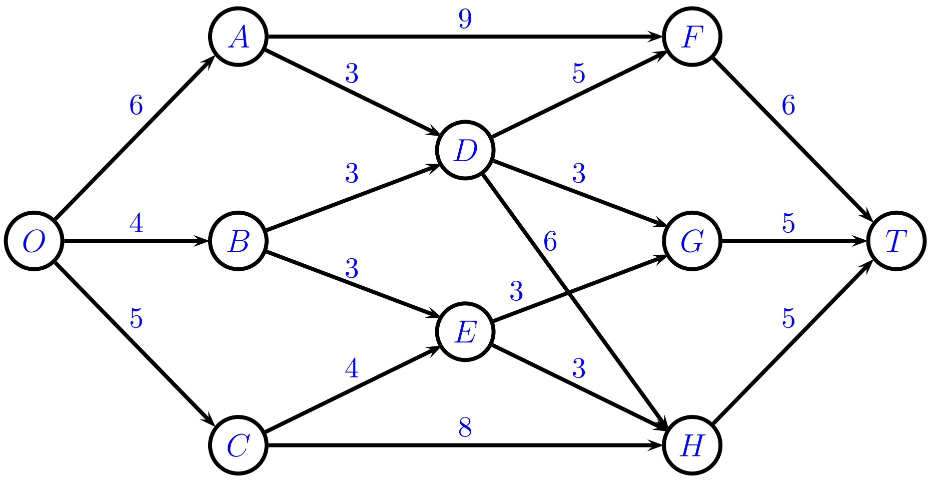
1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{array}{lllll}
\min\ Z = 6x_1 + 8x_2 + 5x_3 & & & & \\
x_1 \quad +x_2 & & +x_4 & \geq & 8 \\
2x_1 & +x_3 & +2x_4 & = & 9 \\
x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. & & & &
\end{array}$$

   (a) Determinare il vettore soluzione utilizzando il metodo del simplesso a due fasi ed il valore della funzione obiettivo nella soluzione ottima;
   (b) Spiegare il motivo per cui è necessario introdurre e risolvere la prima fase del metodo.

2. Risolvere il problema del trasporto con due sorgenti, con offerta uguale a 50 per entrambe, tre destinazioni con domanda 25, 20 e 30 e con matrice dei costi
$$C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$
determinando le quantità di merci da inviare dalle sorgenti alle destinazioni affinchè il costo sia minimo.

3. Determinare, nella seguente rete, i cammini minimi che uniscono i nodi O e T:



Verificare se sia possibile ottenere un unico cammino minimo eliminando uno degli archi (o aumentando di un'unità il valore di uno degli archi).

4. Si consideri il problema di assegnamento definito dalla seguente matrice dei costi:

$$\begin{bmatrix} 6 & 5 & 4 & 3 & 2 \\ 6 & 6 & 6 & 5 & 5 \\ 7 & 8 & 6 & 5 & 5 \\ - & - & 5 & 4 & 5 \\ 6 & 8 & 4 & 4 & 4 \end{bmatrix}.$$

Si determini l'assegnamento ottimo e il relativo valore del costo minimo applicando il metodo ungherese.

Esame Scritto di Ricerca Operativa
(Laurea Specialistica in Ingegneria Informatica)
(Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione)
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
Appello di Novembre 2008

Si risolvano i primi tre esercizi più uno a scelta.

1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{array}{llll} \min \ Z = 3x_1 + x_2 + 2x_3 & & & \\ x_1 \quad +2x_2 & +x_3 & \leq & 5 \\ 3x_1 \quad +2x_2 & +x_3 & = & 7 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0. & & & \end{array}$$

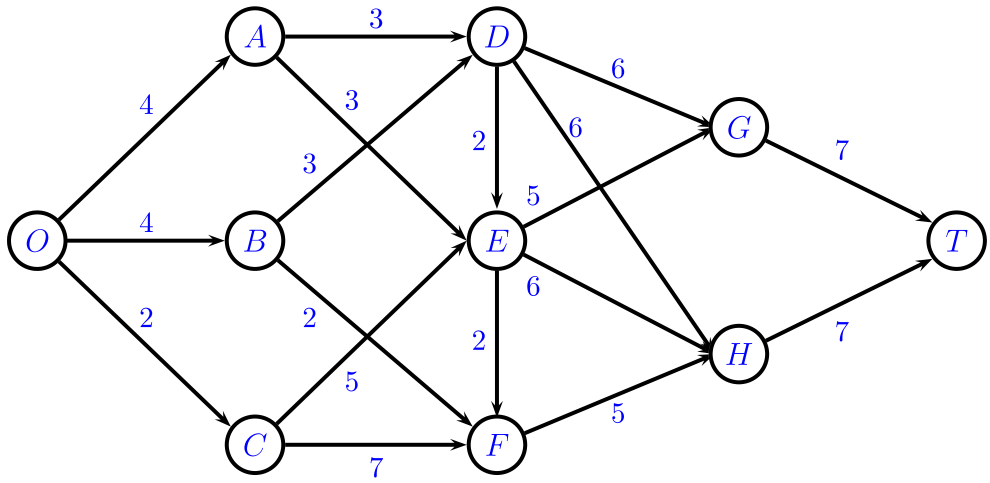
   (a) Determinare il vettore soluzione in forma non aumentata ed il valore minimo della funzione obiettivo;
   (b) Spiegare la differenza tra variabili slack, artificiali e surplus.

2. Risolvere il problema del trasporto con tre sorgenti, con offerta rispettivamente $20, 20$ e 60, tre destinazioni con domanda 10, 60 e 30 e con matrice dei costi

$$C = \begin{bmatrix} - & 1 & 1 \\ 2 & - & 2 \\ 3 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

   determinando le quantità di merci da inviare dalle sorgenti alle destinazioni affinchè il costo sia minimo.

3. Determinare, nella seguente rete, il cammino minimo che unisce i nodi O e T:



Aggiungere un'unità ad una delle lunghezze degli archi appartenenti al cammino trovato in modo tale che la soluzione non sia unica.

4. Supponendo che la rete dell'esercizio precedente non sia orientata trovare il minimo ricoprente.

5. Siano $x_i, i = 1, \ldots, 5$, cinque variabili binarie. Si consideri il seguente vincolo

$$3x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 7x_4 + 2x_5 \leq 15$$

e si identifichino quali, tra i seguenti insiemi, costituiscono una copertura minima:

$$\{x_1, x_2, x_3\},\ \{x_3, x_4\},\ \{x_3, x_4, x_5\}, \{x_1, x_3, x_4\}.$$

Esame Scritto di Ricerca Operativa
(Laurea in Ingegneria Elettronica-Ing. Informatica V.O.)
Appello di Dicembre 2008

1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{array}{lllll} \max & Z = 6x_1 + 7x_2 + 2x_4 & & & \\ x_1 & +2x_2 & +x_3 & +3x_4 & \leq 7 \\ & 3x_2 & & +x_4 & \leq 6 \\ x_1 & & +2x_3 & & \leq 4 \\ \multicolumn{5}{l}{x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0.} \end{array}$$

   Determinare il vettore soluzione ed il valore massimo raggiunto dalla funzione obiettivo.

2. Considerare il problema del trasporto con tre sorgenti, con offerta rispettivamente $100, 30$ e 50, tre destinazioni con domanda 60, 40 e 80, e con matrice dei costi

$$C = \begin{bmatrix} 2 & - & 2 \\ 2 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 1 \end{bmatrix}.$$

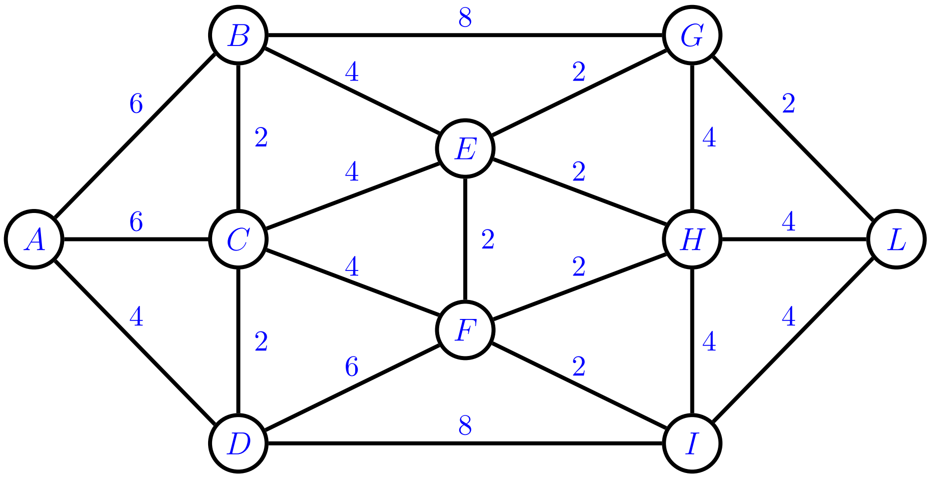
   Determinare la soluzione ottima ed il relativo costo minimo.

3. Applicare il metodo ungherese per risolvere il problema di assegnamento definito dalla seguente matrice dei costi:

$$\begin{bmatrix} 6 & 3 & - & 5 & 4 & 3 \\ 7 & 2 & 4 & 6 & 5 & 2 \\ 7 & 4 & 6 & 7 & 7 & 4 \\ 1 & 1 & 7 & 6 & 3 & 1 \\ 7 & 5 & - & 8 & 9 & 6 \end{bmatrix},$$

   determinando il valore minimo del costo. La soluzione trovata è unica?

4. Trovare, nella seguente rete, il minimo albero ricoprente:



L'albero trovato è unico? Perchè?

Esame Scritto di Ricerca Operativa
(Laurea Specialistica in Ingegneria Informatica)
(Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione)
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
I Appello di Febbraio 2009

1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{array}{llllll} \min & Z = 6x_1 + x_2 + x_3 + 7x_4 & & & & \\ 2x_1 & & +x_3 & +2x_4 & \geq & 6 \\ x_1 & & +x_3 & -x_4 & \leq & 8 \\ \multicolumn{6}{l}{x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0.} \end{array}$$

   (a) Utilizzare il metodo del simplesso a due fasi per trovare la soluzione ottima;
   (b) Spiegare perchè il problema di massimizzare la stessa funzione obiettivo con gli stessi vincoli non ammette soluzione limitata.

2. Risolvere il problema del trasporto con tre sorgenti, con offerta rispettivamente $20, 8$ e 20, tre destinazioni con domanda 10, 15 e 20 e con matrice dei costi

$$C = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 4 \\ 2 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

   determinando le quantità di merci da inviare dalle sorgenti alle destinazioni ed il costo minimo.

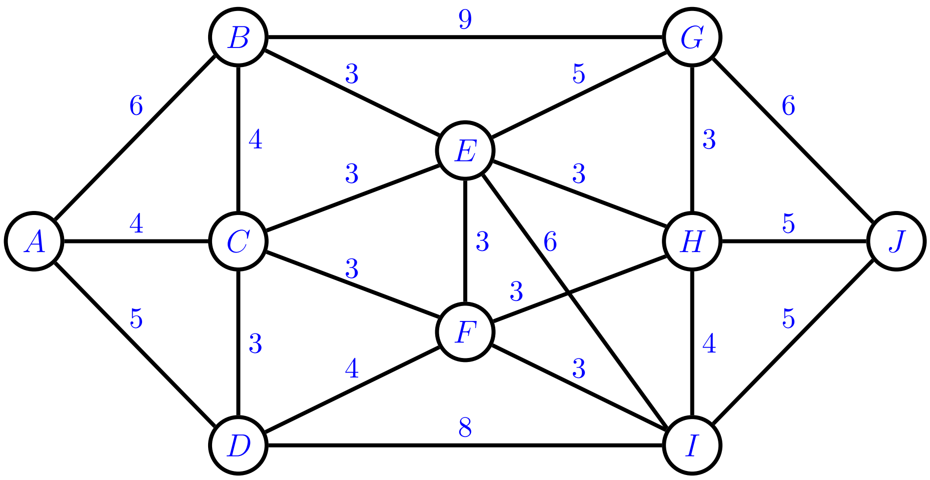
3. Siano $x_i, i = 1, \ldots, 5$, tutte variabili binarie. Si consideri il seguente vincolo

$$2x_1 + 5x_2 + 7x_3 + 2x_4 + 6x_5 \leq 8$$

   e si identifichino quali, tra i seguenti insiemi, costituiscono una copertura minima:

$$\begin{array}{llll} \{x_1, x_2, x_3\}, & \{x_3, x_4, x_5\}, & \{x_1, x_2, x_3, x_4\}, & \{x_1, x_3, x_5\}, \\ \{x_2, x_3\}, & \{x_2, x_4\}, & \{x_1, x_3\}, & \{x_3, x_5\}. \end{array}$$

4. Trovare, nella seguente rete, il minimo albero ricoprente:


A
B
C
D
E
F
G
H
I
J
9
6
3
5
6
4
3
3
3
4
3
6
5
5
3
3
5
3
4
4
3
8

Esame Scritto di Ricerca Operativa
(Laurea Specialistica in Ingegneria Informatica)
(Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione)
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
II Appello di Febbraio 2009

1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{array}{lllll} \max & Z = 5x_1 + 6x_2 + x_3 & & & \\ x_1 & +x_2 & +x_3 & = & 4 \\ 4x_1 & +4x_2 & & \geq & 3 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0. & & & & \end{array}$$

   (a) Utilizzare il metodo del simplesso a due fasi per trovare la soluzione ottima.
   (b) Spiegare cosa succede se al termine della prima fase una variabile artificiale resta in base.
   (c) Spiegare come si procede se all'inizio di un'iterazione due variabili sono candidate ad entrare in base.

2. Si consideri il problema del trasporto con tre sorgenti, con offerta rispettivamente $15, 10$ e 30, tre destinazioni con domanda 20, 15 e 20 e con matrice dei costi

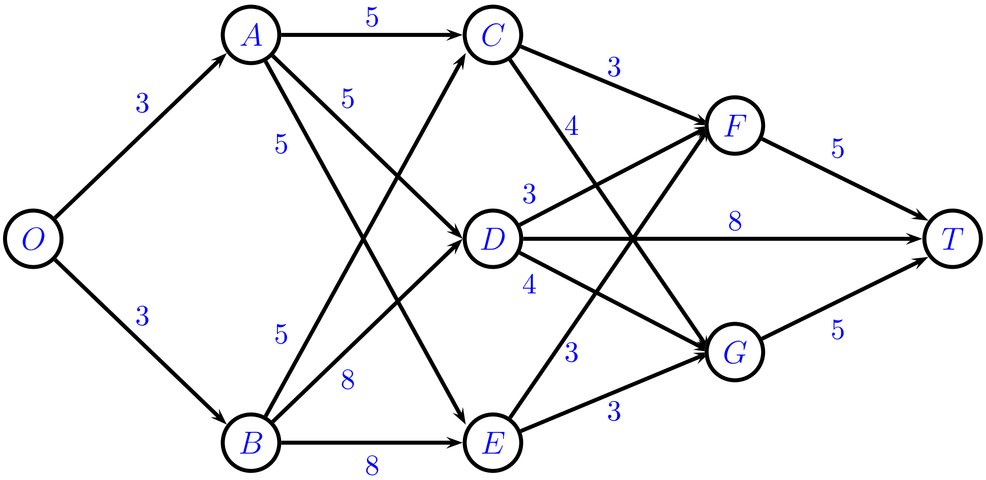
$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 3 \\ 4 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

   (a) Si verifichi che il vettore $(0, 5, 10, 0, 10, 0, 20, 0, 10)$ è una BFS ammissibile.
   (b) Si usi la Regola del Nord-Ovest per determinare una BFS ammissibile.
   (c) Si risolva il problema del trasporto determinando il minimo costo e utilizzando il metodo del simplesso con BFS iniziale pari alla migliore delle due BFS ammissibili note.

3. Applicare il metodo ungherese per risolvere il problema di assegnamento definito dalla seguente matrice dei costi:

$$\begin{bmatrix} 6 & 1 & 3 & 2 & 7 \\ - & 3 & 4 & 5 & 8 \\ 6 & 1 & 1 & 3 & 5 \\ 7 & 2 & - & 8 & 9 \end{bmatrix}.$$

4. Determinare, nella seguente rete, il cammino minimo che unisce i nodi O e T:



Esame Scritto di Ricerca Operativa
(Laurea Specialistica in Ingegneria Informatica)
(Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione)
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
Appello di Aprile 2009

1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{array}{lllllll}
\max\ Z = 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 \\
\quad x_1 & +x_2 & -x_3 & +x_4 & +3x_5 & \leq & 10 \\
\ 6x_1 & & +x_3 & +4x_4 & & \leq & 6 \\
x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0.
\end{array}$$

   (a) Utilizzare il metodo del simplesso per trovare la soluzione ottima;
   (b) Supponendo che nell'equazione (0) del tableau finale uno dei coefficienti di una variabile decisionale non in base sia zero ma ci sono variabili che potrebbero uscire dalla base, cosa si può dire sulla soluzione ottima?

2. Risolvere il problema del trasporto con tre sorgenti, con offerta rispettivamente $30, 35$ e 30, quattro destinazioni con domanda 20, 40, 25 e 10 e con matrice dei costi

$$C = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 6 \\ 3 & 2 & 2 & 7 \end{bmatrix}$$

   determinando le quantità di merci da inviare dalle sorgenti alle destinazioni ed il costo minimo. Utilizzare la Regola di Nord-Ovest per determinare la BFS iniziale.

3. Applicare il metodo ungherese per risolvere il problema di assegnamento definito dalla seguente matrice dei costi:

$$\begin{bmatrix} 6 & 4 & 2 & 1 & - \\ 3 & - & 4 & 4 & 2 \\ - & 6 & 6 & 4 & 2 \\ 7 & 4 & 5 & 1 & 1 \\ 6 & 3 & 2 & 2 & 2 \\ 6 & 4 & 5 & 6 & 4 \end{bmatrix}.$$

   Spiegare se la soluzione trovata è unica.

4. Una rete ha 7 nodi, individuati dalle lettere A,B,C,D,E,F, e G, completamente connessi tra loro. Determinare il minimo albero ricoprente (e la relativa lunghezza) sapendo che le lunghezze degli archi che connettono i nodi sono riportate nella seguente tabella:

	A	B	C	D	E	F	G
A		10	6	4	5	6	2
B			7	3	2	8	5
C				3	8	6	7
D					4	5	9
E						6	9
F							4

Esame Scritto di Ricerca Operativa
(Laurea in Ingegneria Elettronica-Ing. Informatica V.O.)
Appello di Giugno 2009

1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{array}{lllllll}
\min & Z = 5x_1 + 6x_2 - x_3 + x_4 & & & & & \\
3x_1 & & +4x_3 & +2x_4 & = & 10 \\
2x_1 & +x_2 & & +x_4 & \geq & 4 \\
x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. & & & & &
\end{array}$$

   Calcolare il vettore soluzione ed il valore minimo raggiunto dalla funzione obiettivo utilizzando il metodo del simplesso a due fasi.

2. Supponendo che nell'esercizio precedente venga aggiunto l'ulteriore vincolo

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \text{ intere}$$

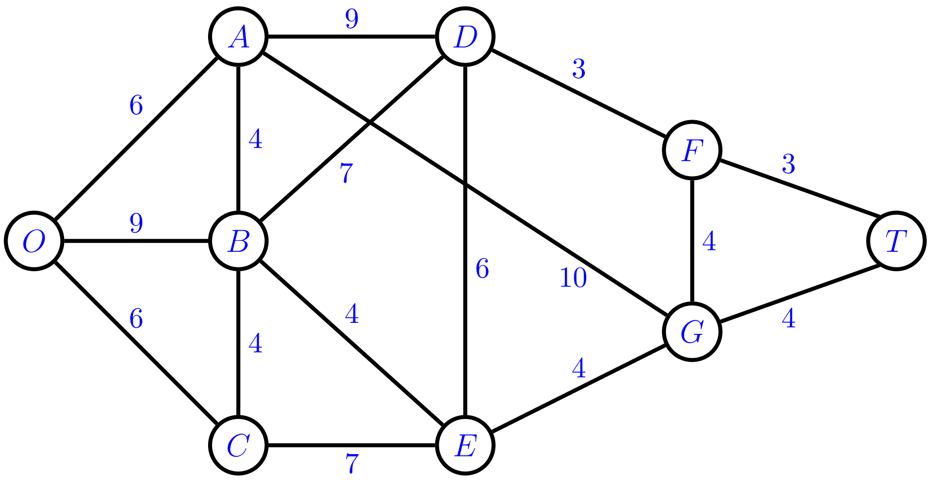
   determinare un limite per la soluzione ottima, identificare la prima variabile di branching e scrivere (ma non risolvere) i due sottoproblemi (funzione obiettivo e vincoli) che tale variabile definisce.

3. Considerare il problema del trasporto con tre sorgenti, con offerta rispettivamente $15, 15$ e 20, tre destinazioni con domanda 20, 10 e 20, e con matrice dei costi

$$C = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 4 & 6 & 3 \\ 3 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

   Determinare la soluzione ottima ed il relativo costo minimo.

4. Trovare, nella seguente rete, tutti i minimi cammini che uniscono i nodi O e T:



Se il cammino trovato non è unico verificare se sia possibile ottenerne uno solo eliminando uno degli archi (o aumentando di un'unità il valore di uno degli archi).

Esame Scritto di Ricerca Operativa
(Laurea Specialistica in Ingegneria Informatica)
(Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione)
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
I Appello di Luglio 2009

1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$
\begin{array}{lllll}
\max \ Z = x_1 + 6x_2 + 8x_3 + 5x_4 \\
x_1 & & +x_3 & & \leq \ 6 \\
2x_1 & +x_2 & & +x_4 & \leq \ 8 \\
3x_1 & +2x_2 & +x_3 & +x_4 & \leq \ 8 \\
x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0.
\end{array}
$$

(a) Utilizzare il metodo del simplesso per trovare la soluzione ottima;
(b) Determinare i prezzi ombra ed individuare di quale delle tre risorse conviene aumentare la disponibilità per ottenere il massimo incremento del valore della funzione obiettivo.

2. Risolvere il problema del trasporto con tre sorgenti, con offerta rispettivamente $15, 10$ e 20, tre destinazioni con domanda 10, 30 e 20 e con matrice dei costi

$$
C = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 4 \\ 2 & 3 & 6 \\ 2 & 2 & 6 \end{bmatrix}
$$

determinando le quantità di merci da inviare dalle sorgenti alle destinazioni ed il costo minimo.

3. Una rete ha 7 nodi, individuati dalle lettere A,B,C,D,E,F e G, completamente connessi tra loro. Determinare il minimo albero ricoprente (e la relativa lunghezza) sapendo che le lunghezze degli archi che connettono i nodi sono riportate nella seguente tabella:

	A	B	C	D	E	F	G
A		6	4	3	4	3	3
B			7	4	3	4	3
C				6	4	3	4
D					8	4	3
E						6	4
F							7

L'albero trovato è unico?

4. Applicare il metodo ungherese per risolvere il problema di assegnamento definito dalla seguente matrice dei costi:

$$\begin{bmatrix} 5 & 6 & 4 & 8 & 4 & 9 \\ 6 & 4 & 3 & 8 & 3 & 6 \\ 7 & 4 & 4 & 4 & 4 & 5 \\ 6 & 8 & 2 & 3 & 2 & 4 \\ 6 & 3 & 3 & 8 & 4 & 4 \\ 7 & 5 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}.$$

Esame Scritto di Ricerca Operativa
(Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione)
(Laurea Specialistica in Ingegneria Informatica)
(Laurea di Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
II Appello di Luglio 2009

1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

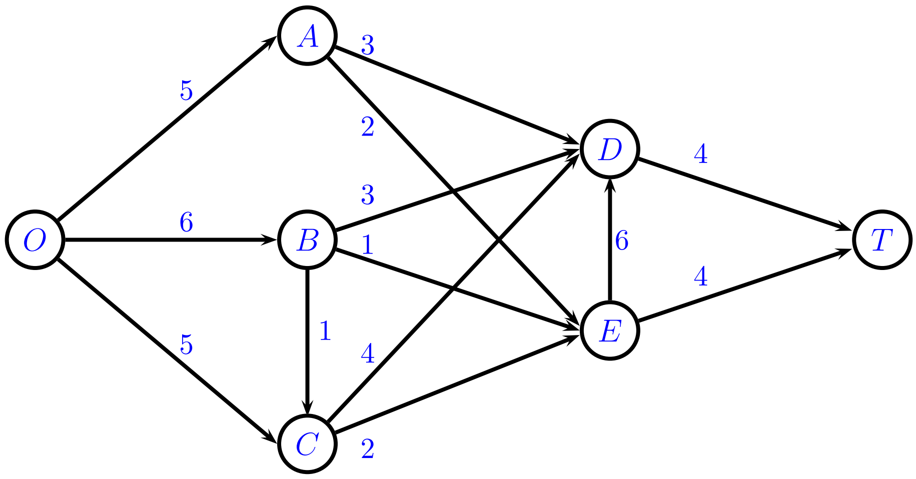
$$\begin{array}{llllll}
\min & Z = 5x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 4x_4 & & & & \\
x_1 & -x_2 & & +x_4 & \leq & 8 \\
6x_1 & +x_2 & +2x_3 & +x_4 & \geq & 6 \\
\multicolumn{6}{l}{x_1, x_2, x_3 \geq 0, x_4 \in \mathbb{R}.}
\end{array}$$

   (a) Determinare il vettore soluzione utilizzando il metodo del simplesso a due fasi;
   (b) Enunciare la differenza tra soluzione, soluzione ammissibile e soluzione ottima.

2. Applicare il metodo ungherese per risolvere il problema di assegnamento definito dalla seguente matrice dei costi:

$$\begin{bmatrix}
- & 6 & - & 8 & 4 & 2 \\
5 & 4 & 4 & 3 & 3 & 2 \\
7 & 5 & 4 & - & 6 & 4 \\
2 & 4 & 6 & 8 & 2 & 2 \\
6 & 2 & 7 & 2 & 4 & 1
\end{bmatrix}.$$

3. Determinare il minimo taglio e risolvere il problema di massimo flusso tra i nodi O e T nella seguente rete:



4. Si consideri il seguente vincolo in cui tutte le variabili decisionali sono binarie:
$$3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + 4x_4 + 6x_5 \leq 10.$$
Determinare tutte le coperture minime di tale vincolo.

Esame Scritto di Ricerca Operativa
(Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione)
(Laurea Specialistica in Ingegneria Informatica)
(Laurea di Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
I Appello di Settembre 2009

1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{array}{lllll} \max\ Z = 4x_1 + 6x_2 + 5x_4 & & & & \\ x_1 & +2x_2 & -x_3 & & \leq\ 6 \\ 2x_1 & +3x_2 & +2x_3 & +x_4 & \leq\ 9 \\ x_1 & -x_2 & +x_3 & -x_4 & \leq\ 4 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. & & & & \end{array}$$

   (a) Determinare il vettore soluzione utilizzando il metodo del simplesso e applicando, se necessario, la Regola di Bland.
   (b) Spiegare in cosa consiste e a cosa serve la Regola di Bland.

2. Considerare il problema del trasporto con tre sorgenti, con offerta rispettivamente $50, 10$ e 40, tre destinazioni con domanda 50, 35 e 15 e con matrice dei costi

$$C = \begin{bmatrix} 9 & 3 & 5 \\ 6 & 4 & 6 \\ 6 & 7 & 6 \end{bmatrix}.$$

   Determinare la BFS iniziale utilizzando il metodo di Russell e, partendo da questa, risolvere il problema di minimo.

3. Applicare il metodo ungherese per risolvere il problema di assegnamento definito dalla seguente matrice dei costi:

$$\begin{bmatrix} 7 & 9 & 2 & 4 & 6 \\ 5 & 4 & 3 & 3 & 5 \\ - & - & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 2 & 2 & 3 \\ 6 & 7 & 3 & 2 & 2 \\ 8 & 6 & 7 & 3 & 4 \end{bmatrix}.$$

4. Una rete ha 8 nodi, individuati dalle lettere A,B,C,D,E,F,G e H, completamente connessi tra loro. Determinare il minimo albero ricoprente (e la relativa lunghezza) sapendo che le lunghezze degli archi che connettono i nodi sono riportate nella seguente tabella:

	A	B	C	D	E	F	G	H
A		9	4	5	4	8	9	5
B			4	4	5	4	7	4
C				6	4	7	6	6
D					5	4	4	8
E						4	4	9
F							5	4
G								4

L'albero trovato è unico?

Esame Scritto di Ricerca Operativa
(Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione)
(Laurea Specialistica in Ingegneria Informatica)
(Laurea di Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
II Appello di Settembre 2009

1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$
\begin{array}{lllll}
\max \ Z = 4x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 5x_4 & & & & \\
x_1 & +x_2 & +x_3 & +2x_4 & \leq \ 12 \\
3x_1 & +2x_2 & -x_3 & +2x_4 & \leq \ 6 \\
x_1 & & +2x_3 & & \leq \ 10 \\
x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. & & & &
\end{array}
$$

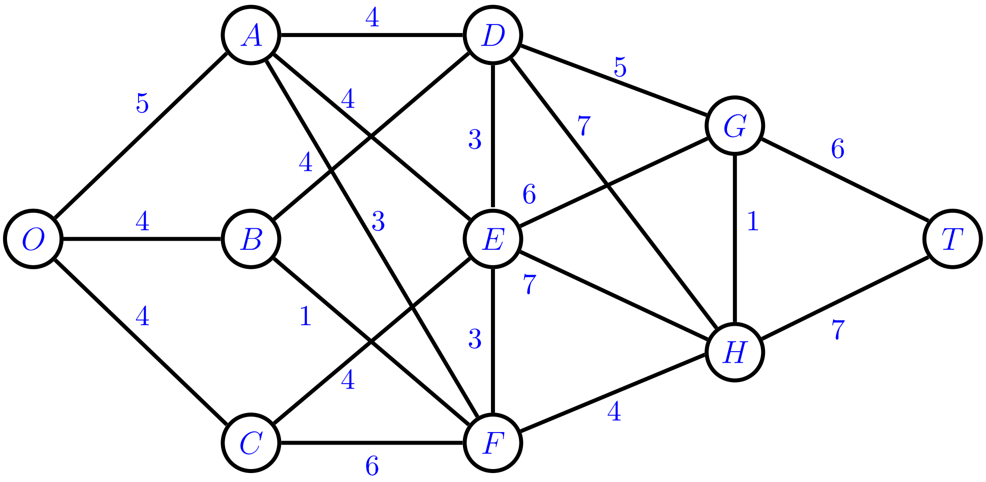
   Si applichi il metodo del simplesso e, se necessario, la Regola di Bland, determinando, tra le soluzioni ottime, quella che non ha in base alcuna variabile slack.

2. Risolvere il problema del trasporto con tre sorgenti, con offerta rispettivamente $20, 10$ e 25, tre destinazioni con domanda 15, 10 e 30 e con matrice dei costi

$$
C = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}
$$

   determinando le quantità di merci da inviare dalle sorgenti alle destinazioni ed il costo minimo. Determinare la BFS iniziale utilizzando il metodo di Russell e, partendo da questa, risolvere il problema di minimo.

3. Determinare, nella seguente rete, tutti i cammini minimi che uniscono i nodi O e T:



4. Si risolva il seguente problema di programmazione lineare utilizzando il metodo grafico:

$$
\begin{array}{llll}
\max \ Z = 2x_1 + 3x_2 & & & \\
-2x_1 & +x_2 & \leq & 1 \\
 & x_2 & \leq & 5 \\
x_1 & & \leq & 6 \\
x_1 & -4x_2 & \leq & 2 \\
x_1, x_2 \geq 0. & & &
\end{array}
$$

Una volta determinata la soluzione ottima si spieghi come si potrebbero determinare i prezzi ombra associati a tale problema senza applicare il metodo del simplesso.

Esame Scritto di Ricerca Operativa
(Laurea in Ingegneria Elettronica-Ing. Informatica V.O.)
Appello di Ottobre 2009

1. Risolvere il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{array}{llll}\max\ Z = 5x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 5x_4 & & & \\ x_1 \quad +x_3 \quad +6x_4 & \leq & 12 \\ 3x_1 \quad -x_3 \quad +6x_4 & = & 8 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. & & \end{array}$$

2. Risolvere il problema del trasporto con tre sorgenti, con offerta rispettivamente $35, 35$ e 30, tre destinazioni con domanda 30, 45, e 25, e con matrice dei costi

$$C = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 5 \\ 6 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

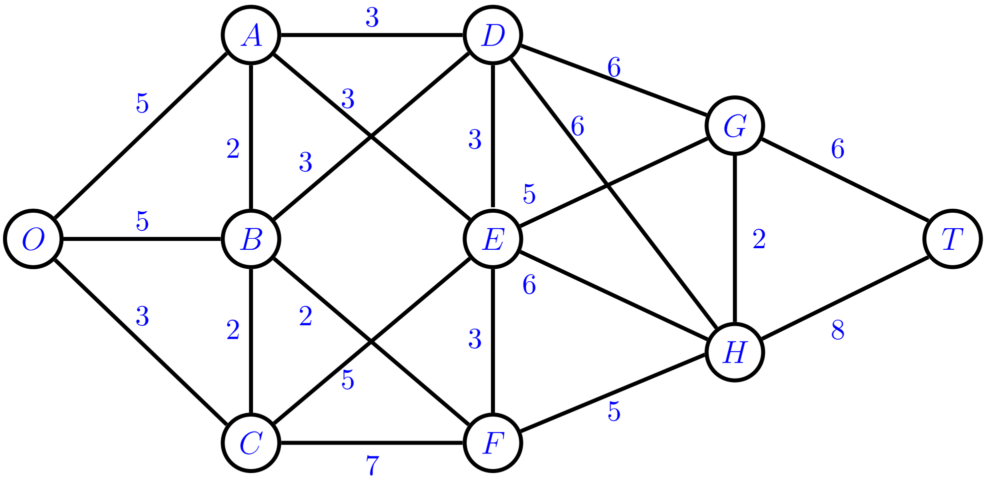
determinando le quantità di merci da inviare dalle sorgenti alle destinazioni ed il costo minimo. Utilizzare la Regola di Nord-Ovest per determinare la BFS iniziale.

3. Applicare il metodo ungherese per risolvere il problema di assegnamento definito dalla seguente matrice dei costi:

$$\begin{bmatrix} 6 & 4 & 1 & - \\ 3 & - & 4 & 2 \\ - & 6 & 4 & 2 \\ 4 & 5 & 1 & 1 \\ 6 & 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Spiegare se la soluzione trovata è unica.

4. Determinare, nella seguente rete, il cammino minimo che unisce i nodi O e T:



O
A
B
C
D
E
F
G
H
T
5
5
3
3
2
2
3
3
2
5
7
3
3
6
6
5
6
5
2
6
8

Esame Scritto di Ricerca Operativa
(Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione)
(Laurea Specialistica in Ingegneria Informatica)
(Laurea di Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
Appello di Novembre 2009

1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{array}{lllll} \max\ Z = 8x_1 + 8x_3 + 4x_4 & & & & \\ 2x_1 & +x_2 & +2x_3 & & \leq\ 8 \\ x_1 & +3x_2 & & +x_4 & \leq\ 6 \\ 2x_1 & +x_2 & +4x_3 & +x_4 & \leq\ 8 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. & & & & \end{array}$$

   (a) Determinare il vettore soluzione utilizzando il metodo del simplesso e applicando, se necessario, la Regola di Bland.
   (b) Spiegare se la soluzione trovata è unica e perchè.

2. Considerare il problema del trasporto con quattro sorgenti, con offerta rispettivamente $20, 30, 15$ e 35, quattro destinazioni con domanda $40, 10, 25$ e 25 e con matrice dei costi

$$C = \begin{bmatrix} 2 & 7 & 4 & 6 \\ 5 & 10 & 10 & 10 \\ 6 & 6 & 6 & 9 \\ 5 & 4 & 6 & 5 \end{bmatrix}.$$

   Determinare la BFS iniziale utilizzando la Regola del Nord-Ovest ed i metodi di Vogel e Russell.

3. Una rete ha 7 nodi, individuati dalle lettere A,B,C,D,E,F, e G, completamente connessi tra loro. Determinare il minimo albero ricoprente (e la relativa lunghezza) sapendo che le lunghezze degli archi che connettono i nodi sono riportate nella seguente tabella:

	A	B	C	D	E	F	G
A		6	5	4	3	2	6
B			9	5	6	3	2
C				6	5	3	2
D					5	3	2
E						3	2
F							6

4. Applicare il metodo ungherese per risolvere il problema di assegnamento definito dalla seguente matrice dei costi:

$$\begin{bmatrix} 4 & 3 & 3 & - & 6 & 4 \\ 5 & 4 & 3 & 6 & 6 & 4 \\ 6 & 5 & 4 & 2 & 6 & 6 \\ - & 6 & 3 & 3 & 5 & 5 \\ 7 & 6 & 5 & 5 & 7 & 6 \\ 5 & 4 & 3 & 3 & 6 & 6 \end{bmatrix}.$$

Esame Scritto di Ricerca Operativa
(Laurea in Ingegneria Elettronica-Ing. Informatica V.O.)
Appello di Dicembre 2009

1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$
\begin{array}{lllll}
\min\ Z = 5x_1 + 6x_2 + 4x_3 - x_4 & & & & \\
3x_1 & +x_2 & & +x_4 & \leq\ 6 \\
6x_1 & -2x_2 & +4x_3 & & \geq\ 4 \\
x_1, x_2, x_3 \geq 0,\ 0 \leq x_4 \leq 4. & & & &
\end{array}
$$

   Determinare il vettore soluzione ed il valore minimo raggiunto dalla funzione obiettivo applicando il metodo del simplesso a due fasi.

2. Applicare il metodo ungherese per risolvere il problema di assegnamento definito dalla seguente matrice dei costi:

$$
\begin{bmatrix}
5 & 3 & - & 5 & 4 & 4 \\
6 & 2 & 4 & 6 & 5 & 2 \\
6 & - & 6 & 8 & 8 & 4 \\
1 & 2 & 7 & 6 & 3 & 1 \\
6 & 5 & - & 7 & 8 & 5
\end{bmatrix},
$$

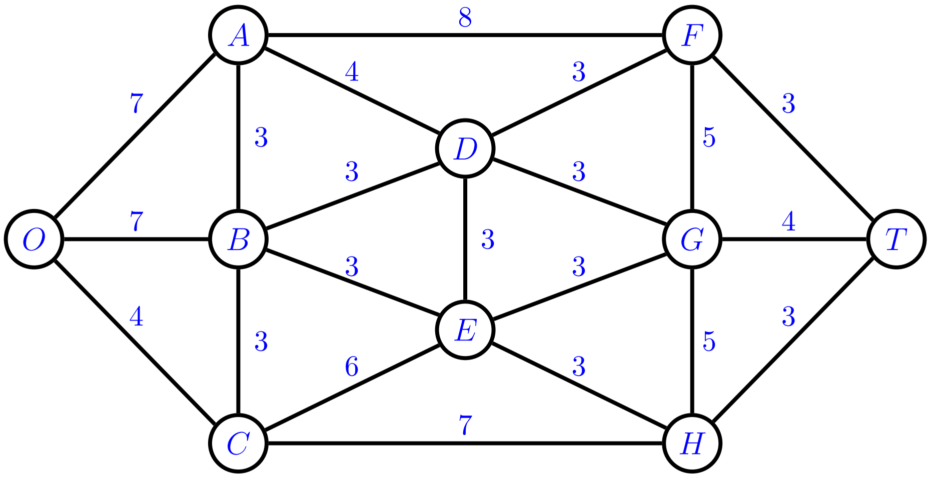
   determinando il valore minimo del costo. La soluzione trovata è unica?

3. Considerare il problema del trasporto con tre sorgenti, con offerta rispettivamente $20, 20$ e 30, tre destinazioni con domanda $40, 20$ e 10 e con matrice dei costi

$$
C = \begin{bmatrix}
3 & 4 & 4 \\
6 & 8 & 9 \\
5 & 4 & 10
\end{bmatrix}.
$$

   Determinare le BFS iniziali utilizzando i metodi di Vogel e Russell.

4. Determinare, nella seguente rete, il cammino minimo (oppure i cammini minimi) che unisce i nodi O e T:


O
A
B
C
D
E
F
G
H
T
8
7
4
3
3
3
3
3
3
3
5
3
4
7
3
3
6
3
5
3
7

Esame Scritto di Ricerca Operativa
(Laurea in Ingegneria Elettronica-Ing. Informatica V.O.)
Appello di Gennaio 2010

1. Risolvere il seguente problema di programmazione lineare applicando il metodo del simplesso a due fasi:

$$\begin{array}{l} \min\ Z = x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 \\ \begin{array}{ccccc} x_1 & +2x_2 & & +x_4 & = & 5 \\ 3x_1 & & +x_3 & & \geq & 4 \end{array} \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. \end{array}$$

2. Risolvere il problema del trasporto con due sorgenti, aventi offerta pari a 10 e 60, tre destinazioni con domanda 25, 30 e 20 e con matrice dei costi

$$C = \begin{bmatrix} 7 & 4 & 4 \\ 4 & 5 & 3 \end{bmatrix}$$

determinando le quantità di merci da inviare dalle sorgenti alle destinazioni ed il minimo costo.

3. Una rete ha 8 nodi, individuati dalle lettere A,B,C,D,E,F,G e H, completamente connessi tra loro. Determinare il minimo albero ricoprente (e la relativa lunghezza) sapendo che le lunghezze degli archi che connettono i nodi sono riportate nella seguente tabella:

	A	B	C	D	E	F	G	H
A		1	6	4	5	6	2	6
B			7	3	2	8	5	1
C				3	4	6	1	2
D					4	5	8	3
E						6	8	4
F							4	4
G								8

4. Definire i prezzi ombra di un problema di programmazione lineare, spiegando brevemente come sono ricavati, quale sia la loro importanza e per quale tipo di problema sono definiti.

Esame Scritto di Ricerca Operativa
(Laurea Specialistica in Ingegneria Informatica)
(Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione)
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
I Appello di Febbraio 2010

1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$
\begin{array}{lllllll}
\min\ Z = 3x_1 + 4x_2 + x_4 & & & & & & \\
5x_1 & +x_2 & +2x_3 & -x_4 & \geq & 5 \\
6x_1 & & +x_3 & & = & 2 \\
x_1 & +x_2 & +x_3 & +x_4 & \leq & 4 \\
x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. & & & & & &
\end{array}
$$

   Determinare la soluzione ottima applicando il metodo del simplesso a due fasi.

2. Risolvere il problema del trasporto con tre sorgenti, con offerta rispettivamente $10, 30$ e 60, tre destinazioni con domanda 40, 50 e 10 e con matrice dei costi

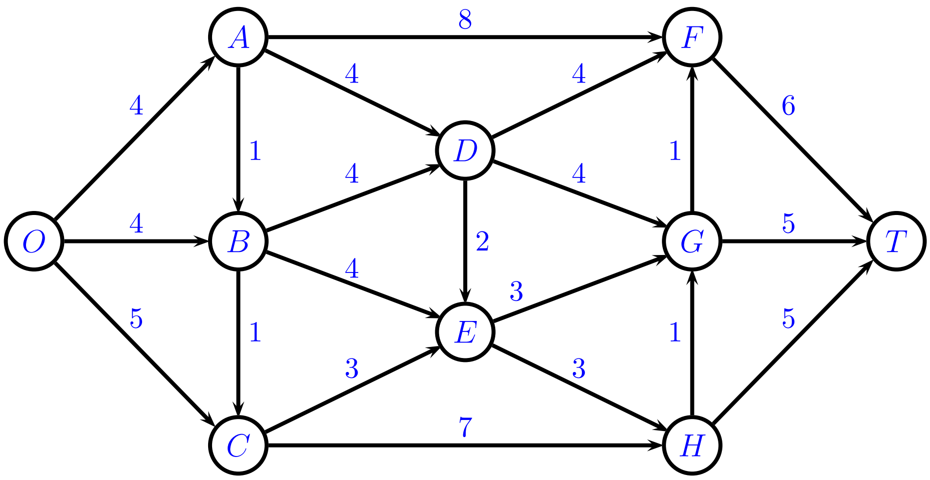
$$
C = \begin{bmatrix} 5 & 7 & 4 \\ 3 & - & 4 \\ 6 & 4 & 6 \end{bmatrix}
$$

   determinando le quantità di merci da inviare dalle sorgenti alle destinazioni ed il costo minimo. Si usi il metodo di Vogel per determinare la BFS iniziale.

3. Applicare il metodo ungherese per risolvere il problema di assegnamento definito dalla seguente matrice dei costi:

$$
\begin{bmatrix} - & 6 & 5 & 3 & 4 & 4 \\ 4 & - & 6 & 5 & 4 & 8 \\ 3 & 7 & - & 4 & 4 & 8 \\ 7 & 4 & 3 & 1 & 6 & 6 \\ 4 & 4 & 6 & 4 & 6 & 6 \end{bmatrix}.
$$

4. Determinare, nella seguente rete, il cammino minimo che unisce i nodi O e T:



A
B
C
D
E
F
G
H
O
T
8
4
4
4
1
4
4
4
1
6
5
4
4
2
3
1
5
1
3
3
5
7

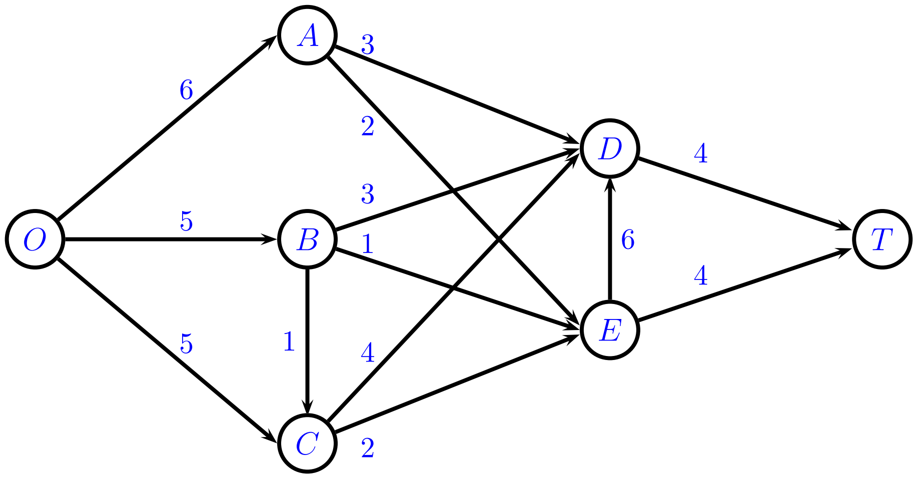
Esame Scritto di Ricerca Operativa
(Laurea Specialistica in Ingegneria Informatica)
(Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione)
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
II Appello di Febbraio 2010

1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{array}{lllll} \max\ Z = 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 & & & & \\ 2x_1 & & +2x_3 & +4x_4 & \leq & 6 \\ 3x_1 & +2x_2 & +4x_3 & +2x_4 & = & 8 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. \end{array}$$

   Determinare il vettore soluzione ed il valore massimo della funzione obiettivo applicando il metodo del simplesso a due fasi.

2. Determinare nella seguente rete il massimo flusso tra i nodi O e T:



3. Nella rete del precedente esercizio si cancelli l'orientazione degli archi e si determini il minimo albero ricoprente.

4. Risolvere il problema del trasporto con tre sorgenti, con offerta rispettivamente $15, 15$ e 30, tre destinazioni con domanda 10, 20 e 30 e con matrice dei costi

$$C = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 6 \\ 5 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

determinando le quantità di merci da inviare dalle sorgenti alle destinazioni affinchè il costo sia minimo. Si usi il metodo di Russell per determinare la BFS iniziale.

Esame Scritto di Ricerca Operativa
(Laurea Specialistica in Ingegneria Informatica)
(Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione)
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
Appello di Marzo 2010

1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

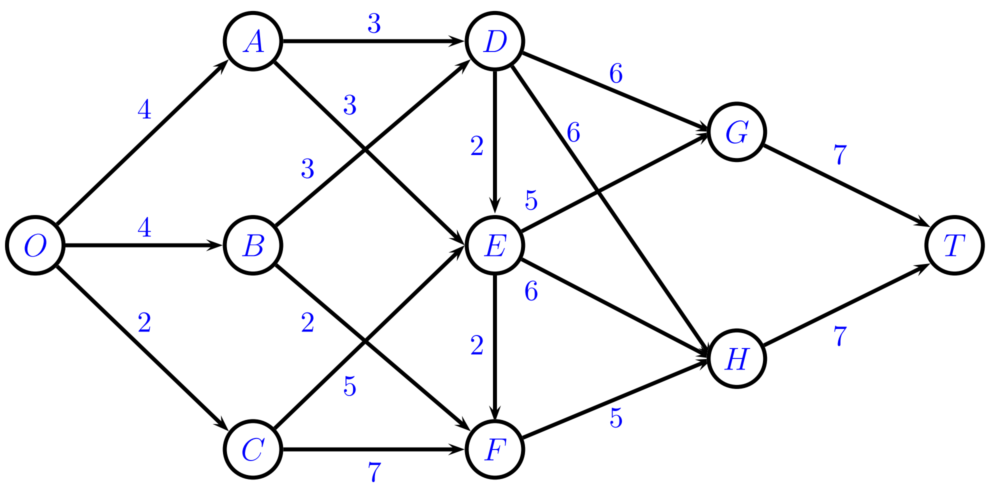
$$
\begin{array}{llllll}
\max & Z = x_1 + 6x_2 + 8x_3 + 5x_4 & & & & \\
x_1 & & +x_3 & & \leq & 6 \\
2x_1 & +x_2 & & +x_4 & \leq & 8 \\
 & 2x_2 & +x_3 & +x_4 & \leq & 8 \\
\multicolumn{6}{l}{x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0.}
\end{array}
$$

   Determinare la soluzione ottima e i prezzi ombra utilizzando il metodo del simplesso e spiegare il significato di questi ultimi.

2. Applicare il metodo ungherese per risolvere il problema di assegnamento definito dalla seguente matrice dei costi:

$$
\begin{bmatrix}
6 & 5 & 4 & 3 & 5 & 6 & 5 \\
4 & 4 & 3 & 2 & 6 & 4 & 6 \\
8 & - & 6 & 6 & 7 & 8 & 6 \\
7 & 5 & 4 & 3 & 6 & 9 & 6 \\
7 & 4 & 8 & 7 & 8 & 9 & 7 \\
5 & 4 & 9 & 1 & 1 & 6 & 6
\end{bmatrix}.
$$

3. Determinare nella seguente rete il massimo flusso tra i nodi O e T:



4. Nella rete del precedente esercizio si cancelli l'orientazione degli archi e si determini il minimo albero ricoprente.

Esame Scritto di Ricerca Operativa
(Laurea Specialistica in Ingegneria Informatica)
(Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione)
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
Appello di Aprile 2010

1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$
\begin{array}{lllll}
\max\ Z = 8x_1 + 8x_3 + 4x_4 & & & & \\
2x_1 & +x_2 & +2x_3 & & \leq\ 8 \\
x_1 & +3x_2 & & +x_4 & \leq\ 6 \\
2x_1 & +x_2 & +4x_3 & +x_4 & \leq\ 8 \\
x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. & & & &
\end{array}
$$

   (a) Determinare il vettore soluzione utilizzando il metodo del simplesso e applicando, se necessario, la Regola di Bland.
   (b) Spiegare se la soluzione trovata è unica e perchè.

2. Una rete ha 9 nodi, individuati dalle lettere A,B,C,D,E,F,G,H e I, completamente connessi tra loro. Determinare il minimo albero ricoprente (e la relativa lunghezza) sapendo che le lunghezze degli archi che connettono i nodi sono riportate nella seguente tabella:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
A		10	6	4	5	6	2	3	4
B			7	3	2	8	5	6	3
C				3	8	6	7	2	2
D					4	5	9	3	4
E						6	9	3	2
F							4	4	8
G								6	3
H									4

3. Siano x_i, $i = 1, \ldots, 3$, tre variabili binarie. Si consideri il seguente vincolo

$$3x_1 + 4x_2 + 6x_3 \leq 8.$$

   Si identifichino tutte le coperture minime ed i vincoli che queste definiscono. Spiegare perchè utilizzando tali vincoli al posto di quello assegnato la soluzione può essere trovata più facilmente.

4. Applicare il metodo ungherese per risolvere il problema di assegnamento definito dalla seguente matrice dei costi:

$$\begin{bmatrix} 5 & 3 & - & 5 & 4 & 3 \\ 6 & 2 & 4 & 6 & 5 & 2 \\ 6 & 4 & 6 & - & 7 & 4 \\ 1 & 1 & 6 & 6 & 3 & 1 \\ 6 & 4 & 6 & 7 & 8 & 6 \end{bmatrix},$$

determinando il valore minimo del costo. La soluzione trovata è unica?

Esame Scritto di Ricerca Operativa
(Laurea Specialistica in Ingegneria Informatica)
(Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione)
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
I Appello di Luglio 2010

1. Si risolva il seguente problema di programmazione lineare applicando il metodo del simplesso a due fasi:

$$\begin{array}{llll}
\multicolumn{4}{l}{\min\ Z = 3x_1 + 2x_2 + 4x_3} \\
x_1 & +x_2 & +2x_3 & \geq\ 8 \\
x_1 & -x_2 & +3x_3 & \leq\ 6 \\
\multicolumn{4}{l}{x_1, x_2, \geq 0,\ \ x_3 \in \mathbb{R}.}
\end{array}$$

2. Si consideri il problema di assegnamento definito dalla seguente matrice dei costi:

$$\begin{bmatrix} 6 & 5 & 4 & 3 & 2 \\ 9 & 8 & 7 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 6 & 5 & 7 \\ - & - & 5 & 4 & 4 \\ 6 & 8 & 8 & 4 & 4 \end{bmatrix}.$$

Si determini l'assegnamento ottimo e il relativo valore del costo minimo applicando il metodo ungherese.

3. Si consideri il seguente vincolo in cui tutte le variabili decisionali sono binarie:

$$4x_1 + 7x_2 + 4x_3 + 5x_4 \leq 10.$$

Scrivere i vincoli definiti dalle coperture minime di tale vincolo.

4. Applicare il metodo grafico per risolvere il seguente problema di programmazione lineare

$$\begin{array}{llll}
\multicolumn{4}{l}{\max\ Z = x_1 + x_2} \\
3x_1 & +2x_2 & \leq & 12 \\
2x_1 & -x_2 & \geq & 1 \\
 & x_2 & \leq & 4 \\
\multicolumn{4}{l}{x_1 \geq 0, x_2 \geq 1.}
\end{array}$$

Esame Scritto di Ricerca Operativa
(Laurea Specialistica in Ingegneria Informatica)
(Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione)
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
II Appello di Luglio 2010

1. Risolvere il seguente problema di programmazione lineare applicando il metodo del simplesso a due fasi:

$$\begin{array}{lllll} \min\ Z = 4x_1 + 3x_2 + 4x_3 \\ 2x_1 & +3x_2 & -x_3 & \geq & 5 \\ 3x_1 & +4x_2 & -2x_3 & \leq & 6 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{array}$$

   Spiegare perchè non è possibile utilizzare le eventuali variabili surplus come variabili base nella BFS iniziale.

2. Risolvere il problema del trasporto con tre sorgenti, con offerta rispettivamente 10, 20 e 25, tre destinazioni, con domanda 40, 10 e 5, e con matrice dei costi:

$$C = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 4 \\ - & 3 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{bmatrix},$$

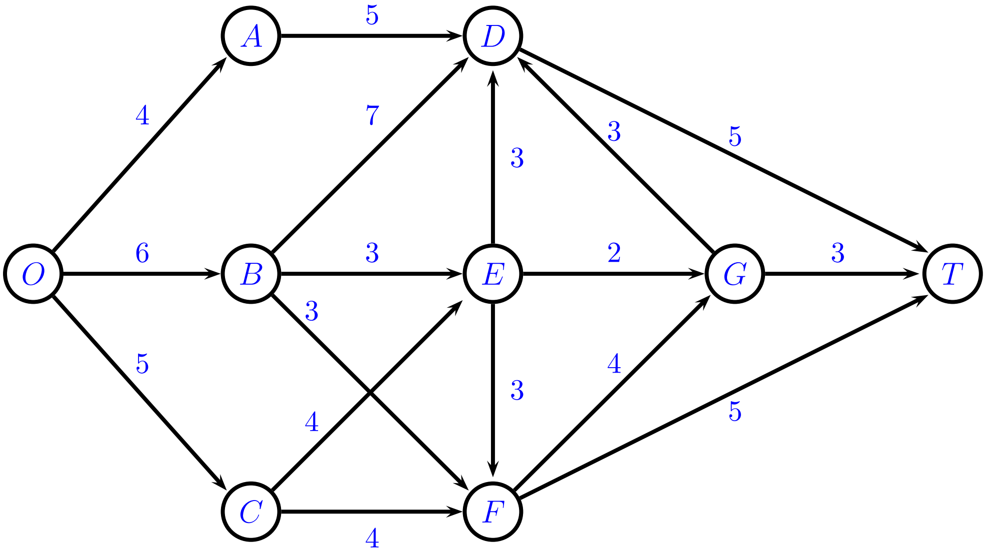
   applicando il metodo di Vogel per determinare la BFS iniziale.

3. Applicare il metodo ungherese per risolvere il problema di assegnamento definito dalla seguente matrice dei costi:

$$\begin{bmatrix} 5 & 3 & - & 5 & 4 & 4 \\ 6 & 2 & 4 & 6 & 5 & 5 \\ 4 & - & 6 & 8 & 8 & 5 \\ 1 & 2 & 7 & 6 & 3 & 3 \\ 6 & 5 & - & 7 & 8 & 5 \end{bmatrix},$$

   determinando il valore minimo del costo. La soluzione trovata è unica?

4. Determinare, nella seguente rete, il cammino minimo (oppure i cammini minimi) che unisce i nodi O e T:



O
A
B
C
D
E
F
G
T
4
6
5
5
7
3
3
4
4
3
3
2
3
4
5
3
5

Esame Scritto di Ricerca Operativa
(Laurea Specialistica in Ingegneria Informatica)
(Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione)
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
I Appello di Settembre 2010

1. Risolvere il rilassamento lineare del seguente problema di programmazione lineare binaria utilizzando il metodo del simplesso:

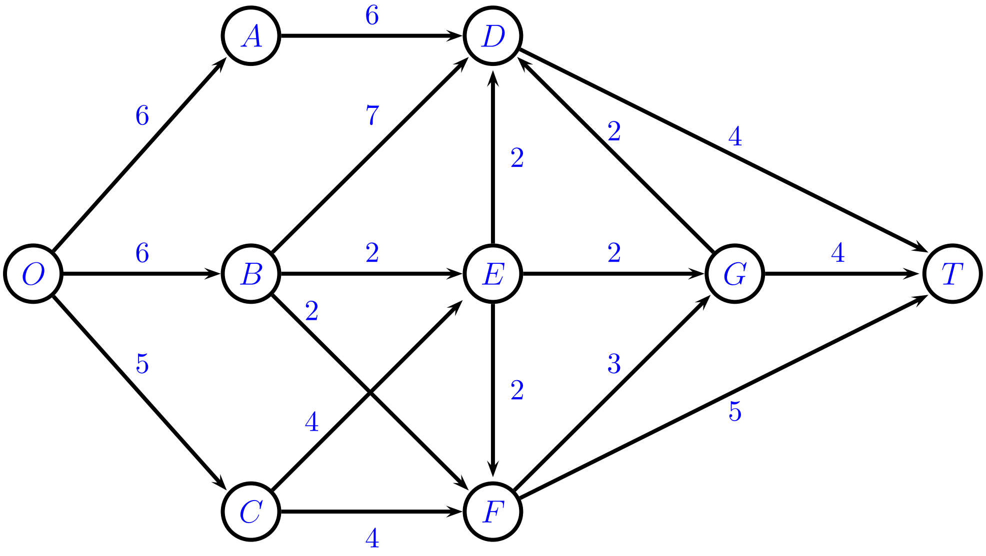
$$\begin{array}{lllll} \max\ Z = 3x_1 + 5x_2 - 6x_3 & & & & \\ 4x_1 & +3x_2 & -2x_3 & \leq & 5 \\ -x_1 & +3x_2 & +3x_3 & \leq & 4 \\ x_1, x_2, x_3 \in \{0,1\}. & & & & \end{array}$$

2. Applicare il metodo ungherese per risolvere il problema di assegnamento definito dalla seguente matrice dei costi:

$$\begin{bmatrix} 6 & 4 & 4 & 7 & 7 & 8 \\ 5 & 3 & 4 & 4 & 8 & 6 \\ 6 & 2 & 3 & - & 5 & 5 \\ 7 & 3 & 3 & 6 & - & 6 \\ 5 & 2 & 8 & 7 & 8 & 8 \end{bmatrix}$$

determinando la soluzione ottima ed il costo minimo.

3. Determinare, nella seguente rete, il cammino minimo che unisce i nodi O e T:



4. Cancellare l'orientazione degli archi dalla rete dell'esercizio precedente e determinarne il minimo albero ricoprente.

Esame Scritto di Ricerca Operativa
(Laurea Specialistica in Ingegneria Informatica)
(Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione)
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
II Appello di Settembre 2010

1. Determinare soluzione e prezzi ombra del seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{array}{llll}
\multicolumn{4}{l}{\max\ Z = 5x_1 + 6x_3} \\
x_1 & -x_2 & +x_3 & \leq\ 6 \\
2x_1 & +x_2 & +x_3 & \leq\ 8 \\
x_1 & +x_2 & -x_3 & \leq\ 4 \\
\multicolumn{4}{l}{x_1, x_2, x_3 \geq 0.}
\end{array}$$

   Spiegare quale risorsa conviene incrementare per ottenere un maggiore tasso di crescita della funzione obiettivo.

2. Risolvere il seguente problema di programmazione lineare applicando il metodo del simplesso a due fasi:

$$\begin{array}{llll}
\multicolumn{4}{l}{\min\ Z = 4x_1 + x_2 + 5x_3} \\
x_1 & +x_2 & -x_3 & =\ 6 \\
3x_1 & +x_2 & +x_3 & =\ 1 \\
\multicolumn{4}{l}{x_1, x_2, x_3 \geq 0.}
\end{array}$$

3. Applicare il metodo ungherese per risolvere il problema di assegnamento definito dalla seguente matrice dei costi:

$$\begin{bmatrix}
5 & 6 & - & 8 & 8 & - & 7 \\
4 & 6 & 7 & 8 & - & 8 & 8 \\
6 & 9 & 8 & - & 9 & 8 & 9 \\
4 & 3 & 6 & 5 & 5 & 7 & 9 \\
7 & 6 & 8 & 8 & 8 & 9 & 8 \\
4 & 4 & 6 & 6 & 5 & 5 & 8
\end{bmatrix}.$$

Esame Scritto di Ricerca Operativa
(Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione)
(Laurea Specialistica in Ingegneria Informatica)
(Laurea di Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
Appello di Dicembre 2010
Traccia A

1. Risolvere il seguente problema di programmazione lineare applicando il metodo del simplesso:

$$\begin{array}{lllll} \max & Z = 2x_1 + 3x_2 - x_3 & & & \\ 4x_1 & +3x_2 & & \leq & 6 \\ x_1 & +3x_2 & -x_3 & \leq & 9 \\ \multicolumn{5}{l}{x_1, x_2 \geq 0, x_3 \in \mathbb{R}.} \end{array}$$

2. Risolvere il seguente problema di programmazione lineare utilizzando il metodo grafico:

$$\begin{array}{llll} \min & Z = 3x_1 + 2x_2 & & \\ x_1 & +x_2 & \leq & 10 \\ x_1 & -x_2 & \leq & 3 \\ x_1 & -x_2 & \geq & 1 \\ \multicolumn{4}{l}{x_1 \geq 0, x_2 \geq 1.} \end{array}$$

3. Applicare il metodo ungherese per risolvere il problema di assegnamento definito dalla seguente matrice dei costi:

$$\begin{bmatrix} - & 8 & 9 & 9 & 9 & 3 \\ 9 & 9 & 9 & 6 & 3 & 3 \\ 9 & 8 & 8 & - & 2 & 3 \\ 8 & 8 & 9 & 9 & 9 & 5 \\ 6 & 6 & 6 & 7 & 7 & 4 \end{bmatrix}.$$

4. Una rete ha 8 nodi, individuati dalle lettere A,B,C,D,E,F,G e H, completamente connessi tra loro. Determinare il minimo albero ricoprente (e la relativa lunghezza) sapendo che le lunghezze degli archi che connettono i nodi sono riportate nella seguente tabella:

	A	B	C	D	E	F	G	H
A		4	5	3	6	6	6	7
B			7	4	7	6	8	4
C				5	3	7	8	4
D					5	6	5	6
E						3	6	5
F							8	6
G								7

L'albero trovato è unico?

Esame Scritto di Ricerca Operativa
(Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione)
(Laurea Specialistica in Ingegneria Informatica)
(Laurea di Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
Appello di Dicembre 2010
Traccia B

1. Risolvere il seguente problema di programmazione lineare applicando il metodo del simplesso:

$$\begin{array}{llll}
\multicolumn{4}{l}{\max\ Z = 2x_1 + x_2 - x_3} \\
3x_1 & +4x_2 & & \leq\ 6 \\
3x_1 & +x_2 & -x_3 & \leq\ 9 \\
\multicolumn{4}{l}{x_1, x_2 \geq 0, x_3 \in \mathbb{R}.}
\end{array}$$

2. Risolvere il seguente problema di programmazione lineare utilizzando il metodo grafico:

$$\begin{array}{llll}
\multicolumn{4}{l}{\min\ Z = 3x_1 + 2x_2} \\
x_1 & +x_2 & \leq & 10 \\
-x_1 & +x_2 & \leq & 3 \\
-x_1 & +x_2 & \geq & 1 \\
\multicolumn{4}{l}{x_1 \geq 1, x_2 \geq 0.}
\end{array}$$

3. Applicare il metodo ungherese per risolvere il problema di assegnamento definito dalla seguente matrice dei costi:

$$\begin{bmatrix}
- & 7 & 8 & 9 & 9 & 3 \\
9 & 9 & 9 & 6 & 2 & 2 \\
8 & 9 & 9 & - & 3 & 4 \\
8 & 7 & 8 & 8 & 8 & 4 \\
5 & 5 & 6 & 5 & 6 & 3
\end{bmatrix}.$$

4. Una rete ha 8 nodi, individuati dalle lettere A,B,C,D,E,F,G e H, completamente connessi tra loro. Determinare il minimo albero ricoprente (e la relativa lunghezza) sapendo che le lunghezze degli archi che connettono i nodi sono riportate nella seguente tabella:

	A	B	C	D	E	F	G	H
A		5	7	4	6	7	6	8
B			6	5	8	6	4	6
C				4	4	8	4	8
D					2	8	7	7
E						5	3	5
F							8	6
G								8

L'albero trovato è unico?

Esame Scritto di Ricerca Operativa
(Laurea Specialistica in Ingegneria Informatica)
(Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione)
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
I Appello di Febbraio 2011

1. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{array}{lllll}
\max \ Z = 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 4x_4 & & & & \\
x_1 & -x_2 & +3x_3 & +x_4 & \leq \ 3 \\
 & 2x_2 & +4x_3 & +2x_4 & \leq \ 6 \\
x_1 & & +x_3 & +3x_4 & \leq \ 9 \\
x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. & & & &
\end{array}$$

   Applicare il metodo del simplesso per determinare la soluzione ottima e i prezzi ombra e spiegare il significato di questi ultimi.

2. Applicare il metodo ungherese per risolvere il problema di assegnamento definito dalla seguente matrice dei costi:

$$\begin{bmatrix}
6 & 5 & 4 & 3 & 5 & 6 & 5 \\
4 & 4 & 3 & 2 & 6 & 4 & 6 \\
8 & - & 6 & 6 & 7 & 8 & 6 \\
7 & 5 & 4 & 3 & 6 & 9 & 6 \\
7 & 4 & 8 & 7 & 8 & 9 & 7 \\
5 & 4 & 9 & 2 & 2 & 6 & 6
\end{bmatrix}.$$

3. Applicare il metodo grafico per risolvere il seguente problema di programmazione lineare

$$\begin{array}{llll}
\max \ Z = 2x_1 + x_2 & & & \\
2x_1 & -x_2 & \leq & 1 \\
-x_1 & +x_2 & \leq & 4 \\
x_1 & +x_2 & \leq & 6 \\
x_1 & +x_2 & \geq & 1 \\
x_1, x_2 \geq 0. & & &
\end{array}$$

4. Spiegare, eventualmente con un esempio, perchè, nei problemi di programmazione binaria, l'uso dei vincoli definiti dalle coperture minime al posto del vincolo assegnato rende più semplice la risoluzione del problema.

Esame Scritto di Ricerca Operativa
(Laurea Specialistica in Ingegneria Informatica)
(Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione)
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
II Appello di Febbraio 2011

1. Determinare la soluzione del seguente problema di programmazione lineare utilizzando il metodo del simplesso a due fasi:

$$\begin{array}{llllll} \min\ Z = 3x_1 - x_3 + 4x_4 & & & & & \\ -x_1 & +3x_2 & +3x_3 & +4x_4 & = & 8 \\ & 4x_2 & +3x_3 & +2x_4 & \leq & 10 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0. & & & & & \end{array}$$

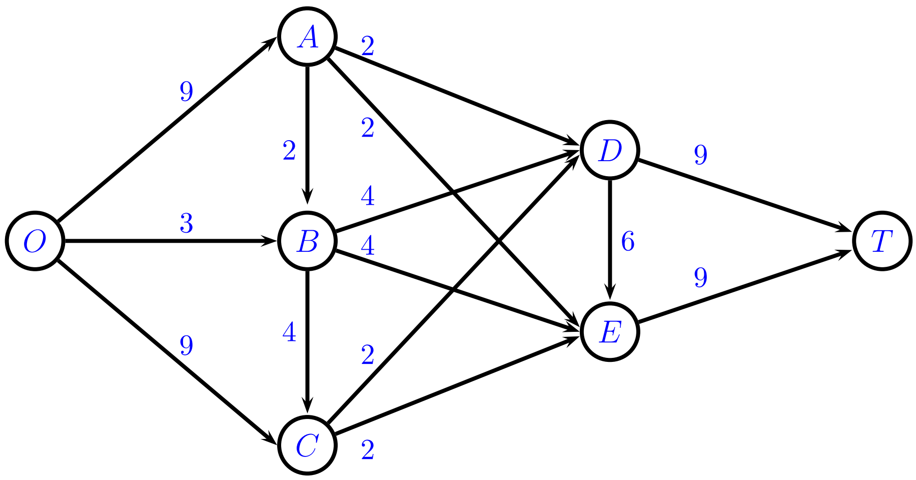
   Spiegare perchè la soluzione trovata è unica.

2. Una rete ha 8 nodi, individuati dalle lettere A,B,C,D,E,F,G e H, completamente connessi tra loro. Determinare il minimo albero ricoprente (e la relativa lunghezza) sapendo che le lunghezze degli archi che connettono i nodi sono riportate nella seguente tabella:

	A	B	C	D	E	F	G	H
A		6	8	3	5	8	5	8
B			6	5	8	6	2	6
C				4	4	8	4	8
D					1	8	8	8
E						5	3	5
F							7	5
G								7

   ed indicando l'ordine con il quale gli archi vengono scelti.

3. Determinare l'insieme dei cammini aumentanti ed il conseguente minimo taglio che definiscono, nella seguente rete, il massimo flusso tra i nodi O e T:



4. Applicare il metodo ungherese per risolvere il problema di assegnamento definito dalla seguente matrice dei costi:

$$\begin{bmatrix} 5 & 6 & 4 & 8 & 4 & 9 \\ 6 & 4 & 3 & 8 & 3 & 6 \\ 7 & 4 & 4 & 4 & 4 & 5 \\ 6 & 8 & 2 & 3 & 2 & 4 \\ 6 & 3 & 3 & 8 & 4 & 4 \\ 7 & 5 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}.$$

Esame Scritto di Ricerca Operativa
(Laurea Specialistica in Ingegneria Informatica)
(Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione)
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
Appello di Maggio 2011

1. Applicare il metodo Branch-and-Bound per determinare la soluzione ottima del seguente problema di programmazione intera mista, utilizzando il metodo del simplesso per risolvere i sottoproblemi definiti nelle varie iterazioni:
$$\begin{array}{lllll} \max\ Z = 4x_1 + 3x_2 + 3x_3 & & & & \\ 2x_1 & +2x_2 & +3x_3 & \leq & 5 \\ 4x_1 & -x_2 & +5x_3 & \leq & 10 \\ x_1 \in \mathbb{N}, x_2, x_3 \geq 0. & & & & \end{array}$$

2. Considerare il problema del trasporto con tre sorgenti, con offerta rispettivamente $25, 20$ e 20, tre destinazioni con domanda 10, 25 e 30, e con matrice dei costi
$$C = \begin{bmatrix} 7 & 3 & 7 \\ 5 & 4 & 3 \\ 2 & 6 & 3 \end{bmatrix}.$$
Determinare la BFS ammissibile utilizzando la regola di Nord-Ovest ed applicare il metodo del simplesso per determinare le quantità di merce da inviare dalle sorgenti alle destinazioni affinchè il costo sia minimo. Determinare il valore di tale costo minimo.

3. Applicare il metodo ungherese per risolvere il problema di assegnamento definito dalla seguente matrice dei costi:
$$\begin{bmatrix} 3 & 6 & 5 & 8 & 2 \\ 6 & 4 & 8 & 8 & 8 \\ 7 & 6 & 5 & 4 & 2 \\ 6 & 8 & 9 & 8 & 8 \\ 6 & 2 & 5 & 8 & 4 \\ 8 & 4 & 8 & 8 & 9 \end{bmatrix}.$$

Esame Scritto di Ricerca Operativa
(Laurea Specialistica in Ingegneria Informatica)
(Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione)
(Laurea Specialistica in Ingegneria delle Telecomunicazioni)
Appello di Luglio 2011

1. Determinare la soluzione ottima ed il valore della funzione obiettivo nella soluzione ottima del seguente problema di programmazione lineare:

$$\begin{array}{l} \max\ Z = 4x_1 + 3x_2 + 4x_3 \\ \begin{array}{cccrr} 2x_1 & +2x_2 & +x_3 & \leq & 10 \\ x_1 & +x_2 & +3x_3 & \leq & 9 \end{array} \\ x_1, x_3 \geq 0, 2 \leq x_2 \leq 4. \end{array}$$

2. Applicare il metodo ungherese per determinare la soluzione ottima del problema di assegnamento definito dalla seguente matrice dei costi:

$$\begin{bmatrix} 5 & 6 & 5 & 7 & 8 & 2 \\ 7 & 4 & 9 & 9 & - & 9 \\ 4 & 6 & 9 & 8 & 9 & 2 \\ 6 & 2 & 7 & 6 & 7 & 7 \\ 8 & 3 & 6 & 6 & 9 & 3 \end{bmatrix}.$$

3. Enunciare il teorema di massimo fluddo e minimo taglio ed applicarlo per determinare il massimo flusso nella seguente rete. Determinare l'insieme dei cammini aumentanti che producono tale massimo flusso tra i nodi O e T.